

# Leidse Muurformules - 21 cm-lijn

Ralf Simons

05-09-2024



# Inhoud

<b>1</b>	<b>De 10e Leidse Muurformule</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Van de Hulst's voorspelling</b>	<b>5</b>
2.1	Studie in Utrecht . . . . .	5
2.2	Minnaert en Oort . . . . .	6
2.3	15 april 1944 . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Het waterstofatoom</b>	<b>9</b>
3.1	Atoommodel van Bohr . . . . .	9
3.2	Elektronspin . . . . .	10
3.3	Hyperfijnstructuur . . . . .	11
3.4	Intensiteit van de HI straling . . . . .	14
<b>4</b>	<b>De structuur van de Melkweg</b>	<b>17</b>
4.1	Promotie en huwelijk . . . . .	17
4.2	Kootwijk . . . . .	18
4.3	Differentiële rotatie . . . . .	19
4.4	Radiële snelheid van waterstofwolken . . . . .	20
4.5	Spiraalarmen . . . . .	23
<b>5</b>	<b>De universele lengte-eenheid</b>	<b>26</b>
<b>6</b>	<b>Literatuur en weblinks</b>	<b>27</b>

# 1 De 10e Leidse Muurformule

In Leiden kun je ruim 100 muurgedichten vinden. Maar er zijn ook muurformules: <https://muurformules.nl/index.php>

De initiatiefnemers van het project “Leidse Muurformules” zijn prof. Sense Jan van der Molen en prof. Ivo van Vulpen.

De volgende kaart en tabel geeft een overzicht waar deze te vinden zijn:



Nr.	Muurformule	Locatie
1	Algemene Relativiteitstheorie	Rijksmuseum Boerhaave
2	Lorentzkracht	Groenesteeg - Hooigracht
3	Wet van Snellius	Sint Jorissteeg - Hogewoerd
4	Lorentzcontractie	Haagweg (bij spoorlijn)
5	Oortconstanten	Witte Singel 58c
6	Elektronspin	Gerecht 13
7	Slingerformule van Huygens	Plaatsteeg (Brandmeester)
8	Van der Waals-vergelijking	Fruinlaan 16
9	Farmacokinetiek	Doelengracht 20
10	21 cm-lijn	Oude Sterrewacht

De 1e t/m 8e muurformule heb ik al in eerdere Daedalus-workshops toegelicht (22 oktober 2020 en 2 februari 2021). Documenten hierover zijn op de website van de LWSK te vinden:

<https://lwsk.nl/archief/workshops-archief/>

De 9e muurformule gaat over de concentraties van geneesmiddelen in bloed en andere lichaamsvloeistoffen. Dit is een onderwerp dat buiten de natuur- en sterrenkunde valt.

De 10e muurformule over de 21 cm-lijn werd eind juni 2024 op de toren van de fotografische kijker op de Oude Sterrewacht geschilderd. De kunstenaar is Judith van der Meer.

Op 15 april 1944 deed Henk van de Hulst de voorspelling dat een bepaalde overgang in neutraal waterstof (HI) gebruikt kan worden om de structuur van de Melkweg te onderzoeken. De golflengte van deze (radio)straling is 21 centimeter. Wij mensen kunnen deze straling niet met onze ogen waarnemen. Dit licht is zo gezien "onzichtbaar". Maar met grote radiotelescopen kan het wel gemeten worden.

Deze workshop gaat in het eerste deel over het leven van Van de Hulst en zijn voorspelling. Dan wordt de opbouw en de quantummechanica van het waterstofatoom verder toegelicht. Het laatste deel behandelt de eerste metingen met telescopen om de structuur van de Melkweg te ontrafelen.





## 2 Van de Hulst's voorspelling

### 2.1 Studie in Utrecht

Hendrik Christoffel (Henk) van de Hulst werd op 19 november 1918 in Utrecht geboren. Hij was de zoon van kinderboekenauteur Willem Gerrit van de Hulst en Jeanette Maan.

Vanaf 1936 begon Henk een studie wis- en natuurkunde aan de Rijksuniversiteit Utrecht. De beslissende keuze voor sterrenkunde viel in zijn tweede universitaire jaar. In 1942 werd hij benoemd tot student-assistent. In 1942 maakte hij ook kennis met zijn latere vrouw Wil Mengerink. Op de foto onderaan is zij te zien: Zij knielt in de eerste rij en is de derde dame van rechts. Henk van de Hulst zit helemaal links. Deze foto werd gemaakt tijdens een sterrenkundepracticum op het dak van de sterrenwacht Sonnenborgh in Utrecht (collectie Taeke de Jong).

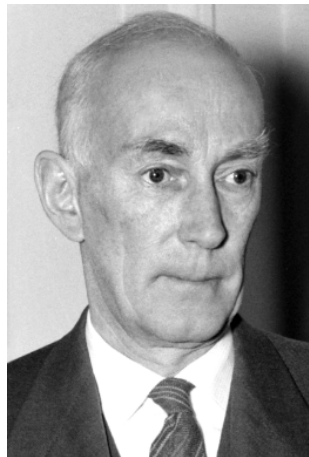
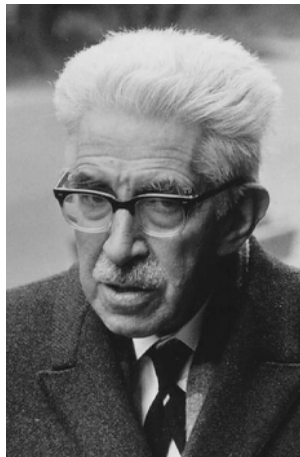


Op 13 maart 1943 moesten de studenten een loyaliteitsverklaring tegenover de Duitsers tekenen. Wie weigerde stond *Arbeitseinsatz* (te-werkstelling) in Duitsland te wachten. Slechts 13 procent van de Utrechtse studenten ondertekenden deze verklaring. Daarom doken de meeste studenten onder. Bij voorbeeld Kees de Jager dook onder op de sterrenwacht Sonnenborgh. Van de Hulst tekende ook niet maar liep minder gevaar omdat hij “assistent” in zijn persoonsbewijs had staan.

In 1943 was Henk van de Hulst in feite klaar met zijn studie. Maar door de oorlog kon hij pas op 18 september 1945 zijn doctoraalexamen in sterrenkunde afleggen.

## 2.2 Minnaert en Oort

Bepalend voor de ontwikkeling en de wetenschappelijke carrière van Henk van de Hulst waren Marcel Minnaert (1893-1970, linker foto) en Jan Hendrik Oort (1900-1992, rechter foto).



Minnaert was docent voor natuur- en sterrenkunde aan de Rijksuniversiteit Utrecht en directeur van de Utrechtse sterrenwacht Sonnenborgh<sup>1</sup>. Hij wees Van de Hulst op een prijsvraag die in 1941 was uitgeschreven door de Leidse Universiteit. Het ging over stofdeeltjes in de interstellaire ruimte. Hoewel het antwoord dat Van de Hulst begin 1942 opstuurde, niet werd bekroond, kreeg het vanwege de getoonde "rijpe wetenschappelijke geest" wel een eervolle vermelding. Door zijn inzending kwam Van de Hulst in contact met de Leidse sterrenkundige Oort<sup>2</sup>, een van de beoordelaars. Op uitnodiging van Oort was Van de Hulst van begin januari tot begin april 1944 als student-onderzoeker werkzaam op de Leidse Sterrewacht. Van 1945 tot 1970 was Oort hoogleraar aan de Universiteit Leiden en ook directeur van de Sterrewacht.

## 2.3 15 april 1944

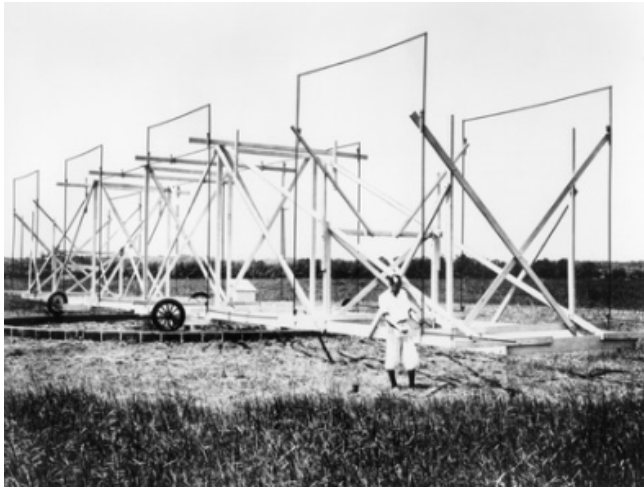
In het begin van de 1930er jaren had de Amerikaan Karl Jansky met een zelfgebouwde antenne radiostraling ontdekt, die afkomstig leek uit het centrale deel van de Melkweg. De Amerikaan Grote Reber deed verder onderzoek naar dit 'geruis' en publiceerde zijn bevindingen in

---

<sup>1</sup>Minnaert is ook de auteur van de heel populaire trilogie "De natuurkunde van 't vrije veld".

<sup>2</sup>We kennen Oort van de Leidse Muurformule over de Oortconstanten. Deze beschrijven de differentiële rotatie van de Melkweg. Differentiële rotatie betekent dat sterren met verschillende snelheden rond het centrum van de Melkweg bewegen (zie ook hoofdstuk 4.3 van dit document).

het *Astrophysical Journal*. Op de linker foto zien we de radiotelescoop van Jansky (rond 1933) en rechts die van Grote Reber (1937):



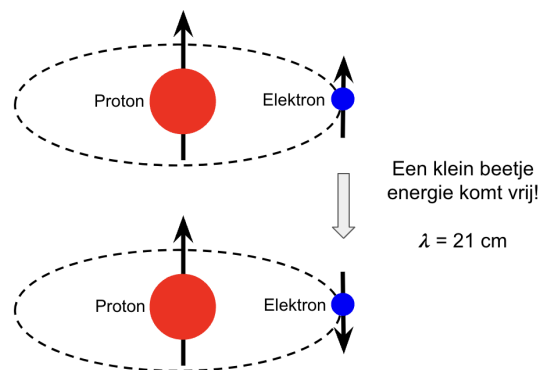
Oort kreeg dit artikel van Reber op 24 december 1940 onder ogen en zag dat hier mogelijkheden lagen voor nieuw onderzoek. Hij zei: "Het zou toch wel leuk zijn als er ook een lijn te vinden zou zijn." Daarmee doelde hij op een spectraallijn in het radiogebied waarmee je aan de hand van dopplerverschuiving radiële snelheden kunt bepalen (snelheden in de richting van de waarnemer of er juist vanaf).

Henk van de Hulst kreeg van Oort de opdracht om dit verder uit te zoeken. Van de Hulst nam contact op met de hoogleraar theoretische natuurkunde in Utrecht, professor Léon Rosenfeld (1904-1974). Hij was een deskundige op het gebied van de atoomfysica en quantummechanica.



Rosenfeld vroeg aan Van de Hulst: "Welk element komt het meest in het heelal voor?". Hierop antwoordde hij: "Waterstof, professor." "Dan moeten we het daar gaan zoeken", zei Rosenfeld. Van de Hulst ging daarom de quantummechanica van waterstof bestuderen.

Hier volgt nu in het kort het resultaat van Van de Hulst's studie<sup>3</sup>: Waterstof is het eenvoudigste element. Het bestaat uit een positief geladen deeltje (proton) in de kern en een negatief geladen deeltje (elektron) dat om de kern vliegt. Zowel het proton als ook het elektron hebben een soort interne draaiimpuls (spin). De draairichting kan in dezelfde richting wijzen ( $\uparrow\uparrow$ ) of tegenover gesteld ( $\uparrow\downarrow$ ). Bij een overgang van ( $\uparrow\uparrow$ ) naar ( $\uparrow\downarrow$ ) komt een heel klein beetje energie vrij. De golflengte  $\lambda$  van deze radiostraling is 21 cm. In het hoofdstuk 3.3 over de hyperfijnstructuur van het waterstofatoom wordt deze overgang verder toegelicht.



Op 15 april 1944 vond in Leiden de vergadering van de Nederlandse Astronomen Club (NAC) plaats. Van de Hulst presenteerde voor het eerst de voorspelling van de 21 cm-lijn in het radiospectrum<sup>4</sup>. Op de volgende foto uit 1956 zien we een re-enactment van deze bijeenkomst.



In deze film over de bouw van de radiotelescoop in Dwingeloo wordt deze vergadering ook genoemd en de overgang van de parallelle naar de anti-parallelle spin-orientatie kort uitgelegd (minuut 00:17 tot 01:54): <https://www.youtube.com/watch?v=EbRUSRP6oiM>.

<sup>3</sup>In hoofdstuk 3 over het waterstofatoom wordt dit verder uitgelegd.

<sup>4</sup>Pas in 1951 werd deze 21 cm-lijn dan ontdekt. Zie hoofdstuk 4.2.



## 3 Het waterstofatoom

### 3.1 Atoommodel van Bohr

Het atoommodel van Bohr, ontwikkeld door Niels Bohr in 1913, is een model van het atoom dat het gedrag van elektronen in een atoom beschrijft. Dit model heeft enkele cruciale principes geïntroduceerd die nog steeds relevant zijn in de moderne quantummechanica.

- **Discrete energieniveaus:**

Elektronen draaien in vaste banen of schillen rond de atoomkern zonder energie te verliezen<sup>5</sup>. Deze banen hebben discrete energieniveaus, wat betekent dat een elektron alleen bepaalde, specifieke hoeveelheden energie kan hebben.

- **Quantisatie van de banen:**

De banen waarin elektronen zich kunnen bevinden zijn gequantiseerd. Dit betekent dat niet alle mogelijke banen toegestaan zijn; alleen bepaalde banen met specifieke afstanden van de kern zijn mogelijk. Dit verklaart waarom atomen spectraallijnen hebben in plaats van een continu spectrum.

- **Overgangen tussen energieniveaus:**

Elektronen kunnen van het ene energieniveau naar het andere springen. Wanneer een elektron een lagere baan (dichter bij de kern) bereikt, verliest het de energie  $\Delta E$  die wordt uitgezonden als een foton (lichtdeeltje). Omgekeerd, als een elektron naar een hogere baan springt, absorbeert het een foton met een energie die gelijk is aan het verschil tussen de twee energieniveaus.

De energie  $\Delta E$  van het foton is:

$$\Delta E = h\nu = h \frac{c}{\lambda} \quad (1)$$

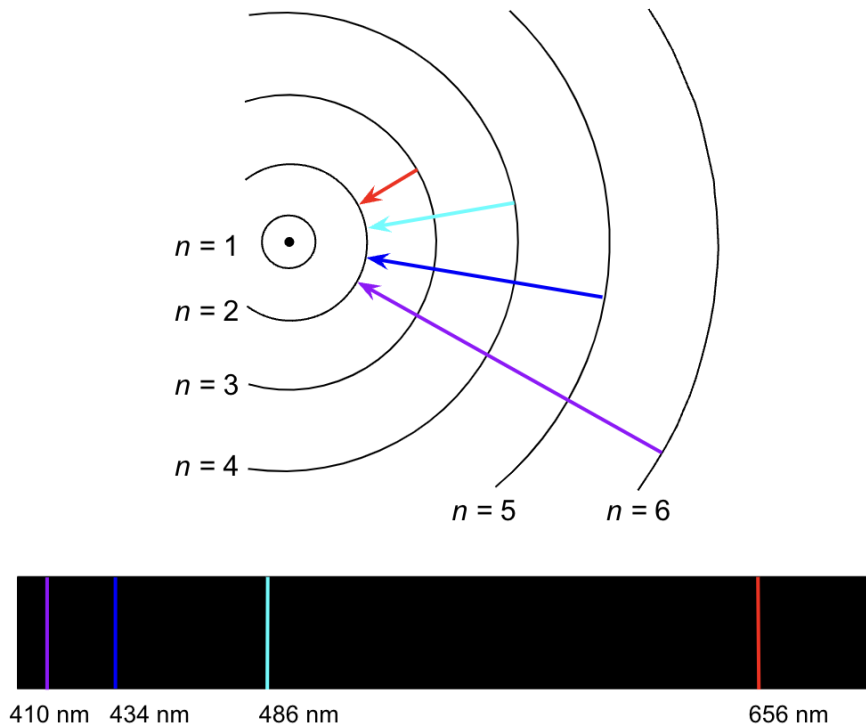
Hierbij is  $h$  de constante van Planck en  $c$  de lichtsnelheid.  $\nu$  is de frequentie en  $\lambda$  de golflengte van het lichtdeeltje.

We zien hier als voorbeeld de overgangen in waterstof van de energieniveaus  $n = 3, 4, 5$  en  $6$  naar het energieniveau  $n = 2$ . Dit is de

---

<sup>5</sup>In tegenstelling tot het klassieke model, waarbij elektronen continu energie zouden verliezen en in de kern zouden storten, stelt Bohr dat elektronen in hun toegestane banen geen energie uitstralen en dus stabiel zijn.

Balmerreeks. Deze 4 lijnen liggen in het visuele gebied. De meest bekende is de H- $\alpha$  lijn met een golflengte van 656 nm. De bijbehorende energie is 1,89 eV ( $3,03 \cdot 10^{-19}$  J). De kleuren in het spectrum onderaan komen overeen met de kleuren van de pijlen die de overgangen weergeven.



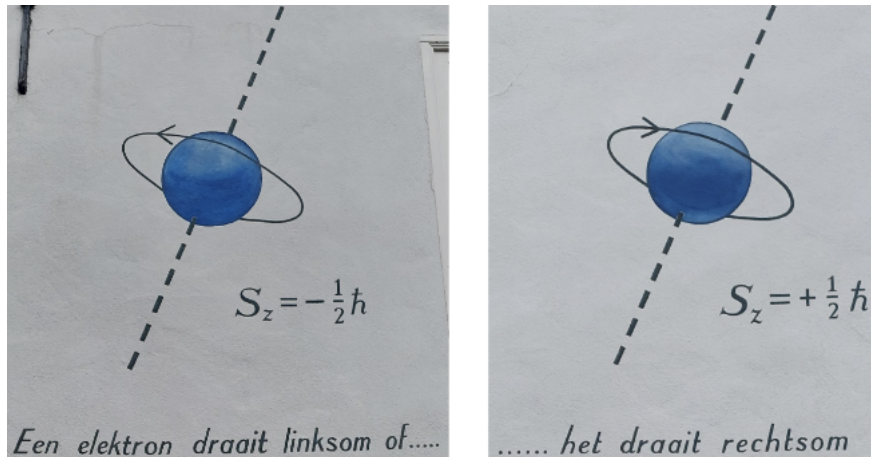
### 3.2 Elektronspin

Onder invloed van een magnetisch veld splitst een overgang zich in meerdere lijnen op. Dit noem je het zeemaneffect (Pieter Zeeman, Nobelprijs 1902 samen met Hendrik Lorentz). Het normale zeemaneffect beschrijft een opsplitsing in drie lijnen. Maar soms zie je een opsplitsing in méér dan drie lijnen (anomale zeemaneffect). Om dit te verklaren introduceerden George Uhlenbeck (1900-1988) en Samuel Goudsmit (1902-1978) in het jaar 1923 de spin van het elektron. Beide waren trouwens studenten van Paul Ehrenfest.

De spin  $S_z$  van een elektron heeft twee mogelijke toestanden. In het Engels vaak aangeduid met “spin up” en “spin down”. De eenheid van de spin is die van een impulsmoment of draaiimpuls ( $1 \text{ kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1} = 1 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s} = 1 \text{ J}\cdot\text{s}$ ). De grootte van de spin is  $-\frac{1}{2}\hbar$  of  $+\frac{1}{2}\hbar$ . Hierbij is  $\hbar$  de constante van Planck  $h$  gedeeld door  $2\pi$ . Vanwege de factor  $\frac{1}{2}$  zeggen

we dat elektronen een halftallige spin hebben. Protonen hebben ook een halftallige spin.

De muurschildering op het huis Gerecht 13 laat twee keer een draaiende bol zien<sup>6</sup>. De ene draait linksom en de andere rechtsom. Ze visualiseren de spin van het elektron. In feite is het zo dat een elektron niet werkelijk om zijn eigen as draait. Het is meer een hulpmiddel om te beschrijven dat een elektron een eigenschap heeft die op een draaiimpuls lijkt en twee verschillende waarden kan aannemen.



### 3.3 Hyperfijnstructuur

In het model van Bohr hadden we gezien dat de energieniveaus van een elektron van het hoofdquantumgetal  $n$  afhangen. Voor een waterstofatoom geldt voor de energie  $E_n$  van een elektron:

$$E_n = -\frac{1}{n^2} E_R \quad (2)$$

$E_R$  is de Rydberg-energie en heeft een waarde van ca. 13,6 eV. Maar deze energieniveaus zijn in feite ontaard. Zodra je een aantal correctie-termen toepast wordt de ontaarding van deze niveaus opgeheven (relativistische correctie van de kinetische energie, de spin-baankoppeling en de Darwinterm<sup>7</sup>). De bijbehorende opsplitsing van de spectraallijnen noem je fijnstructuur.

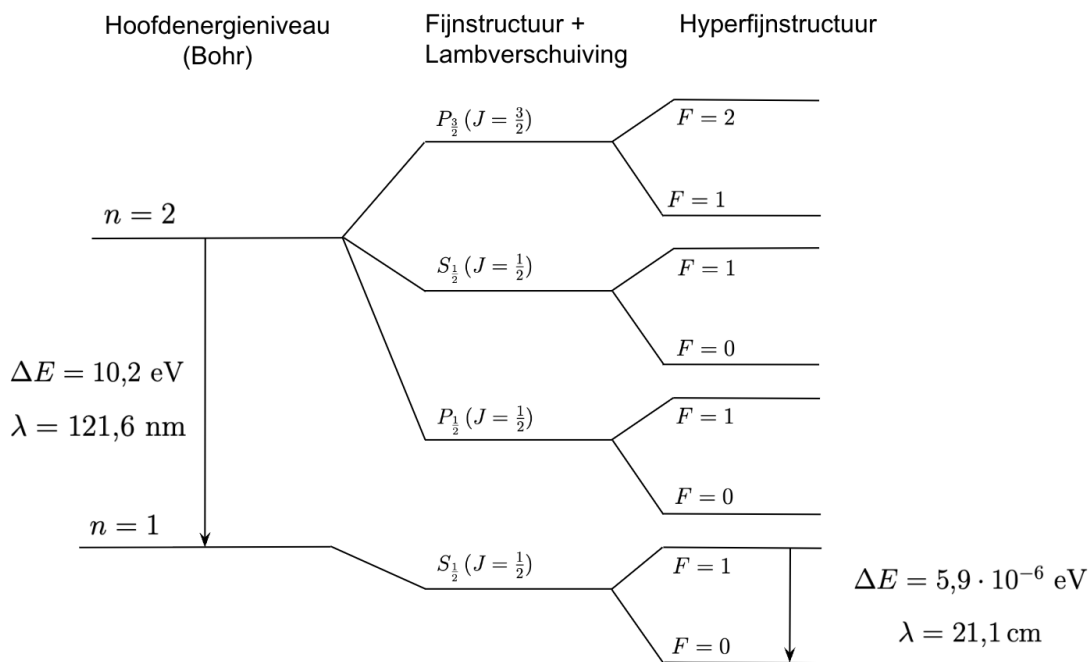
Deze termen van de fijnstructuur kunnen niet alles verklaren. Je krijgt voor bepaalde niveaus nog een verdere opsplitsing die Lambverschui-

<sup>6</sup>Het is de Leidse Muurformule nr. 6 (zie pagina 3).

<sup>7</sup>Op deze website worden de correctietermen verder toegelicht:  
<https://nl.wikipedia.org/wiki/Fijnstructuur>

ving genoemd wordt. Deze wordt veroorzaakt door interacties tussen de virtuele fotonen die door vacuümenergiefluctuaties gecreëerd worden en het elektron terwijl het rond de waterstofkern beweegt.

Het gaat nog verder: Door de wisselwerking van de spin van het elektron met de spin van het proton ontstaat een verdere opsplitsing van de energieniveaus. Dit noem je de hyperfijnstructuur. In het volgende diagram zie je een overzicht van de opsplitsingen en verschuivingen van de energieniveaus in een waterstofatoom. De afstanden tussen de horizontale lijnen zijn niet op schaal. De overgang van  $n = 2$  naar  $n = 1$  heeft bv. een energie van  $\Delta E = 10,2 \text{ eV}$  (ofwel een golflengte  $\lambda$  van 121,6 nm). Maar de hyperfijnstructuur-overgang voor het niveau  $n = 1$  van  $F = 1$  naar  $F = 0$  is veel veel kleiner:  $\Delta E = 5,9 \cdot 10^{-6} \text{ eV}$  en  $\lambda = 21,1 \text{ cm}$ .



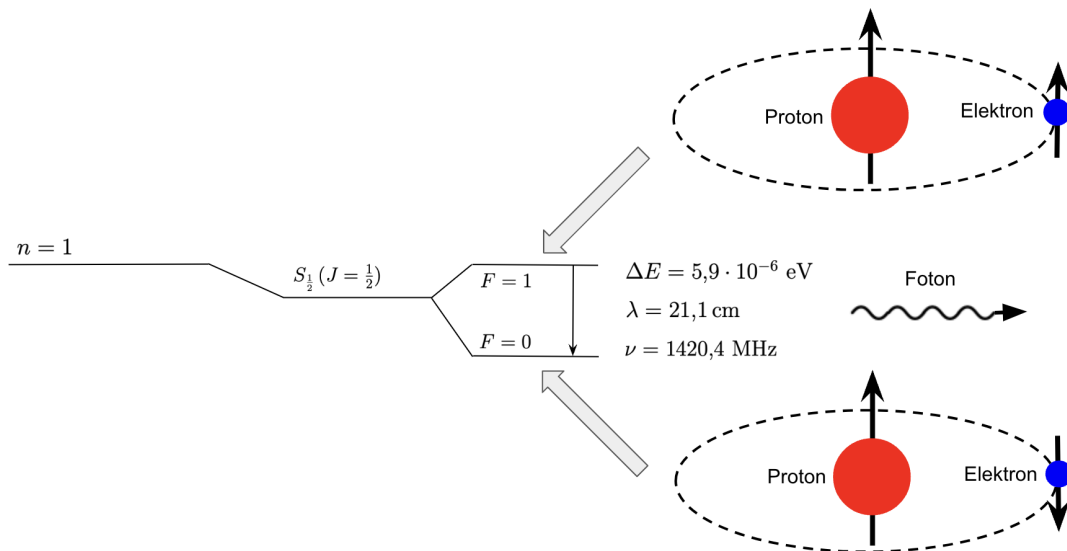
Wanneer de spins van het elektron en het proton in dezelfde richting wijzen ( $\uparrow\uparrow$ ) dan is de energie van deze toestand groter dan bij de anti-parallelle oriëntatie ( $\uparrow\downarrow$ ). Bij het omklappen van de elektronspin wordt een foton uitgezonden dat dus een golflengte van 21,1 cm heeft.

De parameter  $F$  geeft trouwens het totale impulsmoment van het atoom weer. Dat is in dit geval de optelsom van de kernspin en de spin van het elektron. Voor de ( $\uparrow\uparrow$ )-toestand is  $F = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$  en voor de ( $\uparrow\downarrow$ )-toestand is  $F = \frac{1}{2} + (-\frac{1}{2}) = 0$ .

Het energieverval tussen de ( $\uparrow\uparrow$ )- en de ( $\uparrow\downarrow$ )-toestand kun je met een aantal parameters uit de quantummechanica berekenen<sup>8</sup>:

$$\Delta E = \frac{4 g_p \hbar^4}{3 m_p m_e^2 c^2 a_0^4} = 5,9 \cdot 10^{-6} \text{ eV} \quad (3)$$

Hierbij is  $g_p \approx 5,586$  de g-factor van Landé voor het proton,  $\hbar$  de gereduceerde constante van Planck,  $m_p$  de massa van het proton,  $m_e$  de massa van het elektron,  $c$  de snelheid van het licht en  $a_0 \approx 52,9 \cdot 10^{-12} \text{ m}$  is de Bohr-radius.



<sup>8</sup>Je moet in feite de eigenwaarde van de schrödingervergelijking vinden. Het resultaat kun je in het volgende document opzoeken: [https://bingweb.binghamton.edu/~suzuki/QM\\_Graduate/HI\\_line\\_21cm-hyperfine\\_interaction.pdf](https://bingweb.binghamton.edu/~suzuki/QM_Graduate/HI_line_21cm-hyperfine_interaction.pdf)



### 3.4 Intensiteit van de HI straling

Eerst een opmerking vooraf: Neutraal waterstof (= proton + elektron) wordt vaak afgekort met HI. De "I" achter de "H" is een romeins cijfer. Dus je zegt dan "H-eeen". Wanneer de waterstof geïoniseerd is schrijf je hiervoor HII (H-twee). Deze waterstof is alleen maar nog een proton omdat het elektron er niet meer is.

We weten nu goed wat de energie van de fotonen is die door overgang van het hoge hyperfijnstructuurniveau naar het lage niveau ontstaan. Maar is deze HI-radiostraling van 21 cm ook sterk genoeg om waargenomen te kunnen worden? Of met andere woorden: Is de intensiteit<sup>9</sup> van de waterstoflijn ( $j_{\text{H-lijn}}$ ) groter dan de intensiteit van de achtergrondstraling ( $j_{\text{achtergrond}}$ ) uit het heelal? Van de Hulst heeft dit onderzocht en kwam tot de conclusie dat het de moeite waard is om op zoek te gaan naar deze 21 cm-straling. Dit heeft hij toegelicht in een artikel met de titel "Radiogolven uit het wereldruim" in het *Nederlandsch Tijdschrift voor Natuurkunde*, Jrg. XI, No. 12, December 1945. We zien hier een klein fragment uit dit artikel en het meest rechte deel van de muurformule met de belangrijke vergelijking:  $j_{\text{H-lijn}} > j_{\text{achtergrond}}$

Het zou bijzonder interessant zijn wanneer deze lijn waarneembaar zou zijn. Zonder zelfabsorptie is de intensiteit binnen de lijn

$$j_{\text{lijn}} = \frac{1}{4\pi} l N A h\nu / \Delta\nu \quad (9)$$

Hierin is  $A$  de overgangswaarschijnlijkheid voor spontane emissie, die theoretisch berekend kan worden maar thans nog onbekend is. We substitueren  $l = 5 \cdot 10^{22}$  cm,  $N = 1$  cm<sup>-3</sup>,  $\nu / \Delta\nu = 10^8$ . De lijn steekt goed af tegen het continuum als  $j_{\text{lijn}} > j_{\text{cont}} = 2 \cdot 10^{-17}$  erg cm<sup>-2</sup>. Hieraan is voldaan als  $A > 0,8 \cdot 10^{-16}$  sec<sup>-1</sup>, dus als de levensduur van het waterstofatoom in het hoogste hyperfijnstructuurniveau van zijn grondtoestand kleiner is dan  $4 \cdot 10^8$  jaar! Dat lijkt geen zware eis. Overeenkomstig de gewone definitie van os-



De vergelijking voor de intensiteit  $j_{\text{H-lijn}}$  is als volgt<sup>10</sup>:

$$j_{\text{H-lijn}} = \frac{1}{4\pi} \cdot l \cdot N \cdot A \cdot h\nu \cdot \frac{1}{\Delta\nu} \quad (4)$$

Wat betekenen al deze parameters?

- **Hoeveel waterstofatomen zijn er langs de gezichtslijn?**

Om deze vraag te beantwoorden moet je weten hoe lang de kolom

<sup>9</sup>In de natuurkunde wordt meestal de letter  $I$  gebruikt om een intensiteit weer te geven. Maar hier wordt de letter  $j$  gebruikt.

<sup>10</sup>Van de Hulst noemt het in zijn artikel  $j_{\text{lijn}}$ .

van waterstof is (parameter  $l$ ) en hoeveel waterstofatomen je per volume-eenheid hebt (parameter  $N$ ). Van de Hulst gaat uit van een lengte  $l = 5 \cdot 10^{22}$  cm. Dit zijn 52850 lichtjaar ofwel twee keer de afstand van de zon naar het centrum van de Melkweg. Dan moet je nog weten hoeveel waterstofatomen per volume-eenheid te vinden zijn. Dit is de parameter  $N$ . Hij gebruikte een waarde van 1 atoom per  $\text{cm}^3$ .

- **Wat is de energie van een foton?**

Deze vraag hebben we al eerder beantwoord. De energie van een foton is  $\Delta E = h \cdot \nu = 5,9 \cdot 10^{-6} \text{ eV} = 9,4 \cdot 10^{-25} \text{ J} = 9,4 \cdot 10^{-18} \text{ erg}$ .

- **Wat is het profiel van de spectrale lijn?**

Wanneer de atomen in een gas elkaar niet beïnvloeden dan ontstaat een zuivere spectraallijn bij een frequentie  $\nu$ . Maar meestal is dit niet het geval en de lijn heeft daarom een bepaalde breedte  $\Delta\nu$ . Van de Hulst heeft voor de waterstoflijn met  $\nu = 1420,4 \text{ MHz}$  de volgende breedte gebruikt:

$$\Delta\nu = \frac{\nu}{10^4} \quad (5)$$

- **Wat is de overgangswaarschijnlijkheid van ( $\uparrow\uparrow$ ) naar ( $\uparrow\downarrow$ )?**

De parameter  $A$  in de vergelijking beschrijft de overgangswaarschijnlijkheid. Het is de Einsteincoëfficiënt voor spontane emissie. In de tijd van Van de Hulst was de waarde hiervan nog redelijk onbekend. Hij hoopte erop dat deze groter is dan  $0,8 \cdot 10^{-16}$  per seconde. Dan is de lijn-intensiteit  $j_{\text{H-lijn}}$  groter dan die van de achtergrondstraling  $j_{\text{achtergrond}}$ . Voor de achtergrondstraling gebruikte hij de volgende waarde:

$$j_{\text{achtergrond}} = 2 \cdot 10^{-17} \frac{\text{erg}}{\text{cm}^2} = 2 \cdot 10^{-20} \frac{\text{J}}{\text{m}^2} \quad (6)$$

Vandaag weten we precies hoe groot deze Einsteincoëfficiënt is:

$$A = 2,87 \cdot 10^{-15} \frac{1}{\text{s}} \quad (7)$$

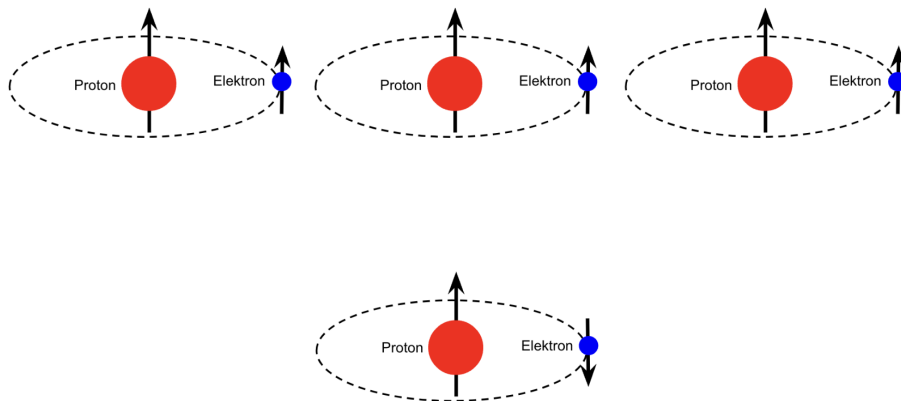
Dus Van de Hulst had het aan het goede eind.

We kunnen de vraag trouwens ook anders stellen: Hoelang duurt het tot de spin van het elektron van de parallelle oriëntatie naar de anti-parallelle oriëntatie omklapt? Dit is dan de levensduur  $\tau$  van de ( $\uparrow\uparrow$ )-toestand:

$$\tau = \frac{1}{A} = \frac{1}{2,87 \cdot 10^{-15} \text{ s}^{-1}} \approx 11 \text{ miljoen jaar} \quad (8)$$

Deze spin-flip van de ( $\uparrow\uparrow$ )-toestand naar de ( $\uparrow\downarrow$ )-toestand vindt dus zeer zelden plaats. Gelukkig is er heel veel waterstof in de interstellaire ruimte. Wanneer een waterstofatoom in de ( $\uparrow\downarrow$ )-toestand is beland dan kan deze weer door botsingen met andere waterstofatomen energie opnemen en terugkeren naar de aangeslagen ( $\uparrow\uparrow$ )-toestand.

Uiteindelijk ontstaat een evenwicht waarbij 3/4 van alle waterstofatomen de hogere ( $\uparrow\uparrow$ )-toestand hebben en 1/4 de lagere ( $\uparrow\downarrow$ )-toestand:



## 4 De structuur van de Melkweg

Dit hoofdstuk beschrijft de eerste stappen van de radioastronomie in Nederland na de oorlog. Gebaseerd op de voorspelling van Van de Hulst werd onder leiding van Oort de eerste radiotelescoop gebouwd om de 21 cm-lijn waar te nemen. Uiteindelijk leverde dit onderzoek als resultaat de spiraalstructuur van de Melkweg.

### 4.1 Promotie en huwelijk

Door de prijsvraag van de Leidse Universiteit uit het jaar 1941 raakte Van de Hulst geïnteresseerd in het probleem van de verstrooiing van licht door kleine deeltjes. Dit leidde tot zijn proefschrift met als titel "Optics of spherical particles", waarop hij cum laude in Utrecht bij Minnaert promoveerde (17 juni 1946). Op de linker foto zien we Van de Hulst tijdens het promotiediner aan de rechterkant zitten. Tegenover van hem zit zijn verloofde Wil Mengerink geflankeerd door Minnaert en Oort. Een week later (25 juni 1946) trouwden Henk en Wil. Ze gingen op huwelijksreis naar Amerika op het schip "Westerdam". Het was de *maiden voyage* van dit schip en op de rechter foto zien we de aankomst in New York<sup>11</sup>. De twee hadden een begeleider: Minnaert. Hij ging voor drie maanden colleges in Yerkes geven. Na een week sightseeing in New York reisden de Van de Hulsts ook naar Yerkes. Henk van de Hulst was tot 1948 postdoc op het Yerkes Observatory.



Van de Hulst ging in 1948 na zijn postdoc-tijd in Amerika aan de Leidse Sterrewacht als lector werken.

<sup>11</sup>Bron: <https://www.shipsnostalgia.com/media/westerdam.470023/>

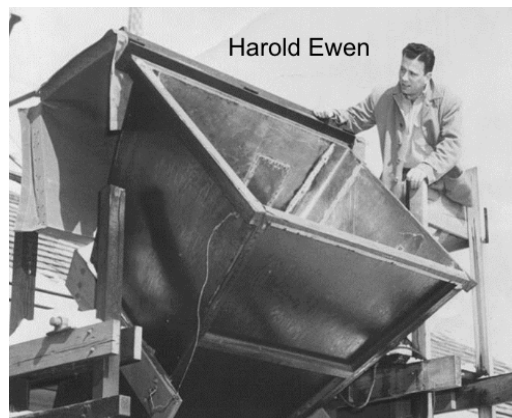
## 4.2 Kootwijk

Tussen 1948 en 1955 stonden er op de Turfberg bij Kootwijk vier Duitse Würzburg radarschotels met een diameter van 7,5 meter. Tijdens de Tweede Wereldoorlog maakten deze schotels deel uit van de zogenaamde Atlantikwall – de Duitse verdedigingslinie langs de hele Europese kust. Eén van de Würzburg-antennes (linker foto onderaan) werd beschikbaar gesteld voor radiosterrenkundig onderzoek aan de Melkweg. Dit onderzoek werd geleid door professor Oort van de Leidse Sterrewacht en radio-ingenieur Christiaan Alexander (Lex) Muller van de Stichting Radiostraling van Zon en Melkweg (SRZM).



Op 11 mei 1951 lukte het Lex Muller (foto rechts) om de 21 cm-lijn van neutraal waterstof (HI) waar te nemen.

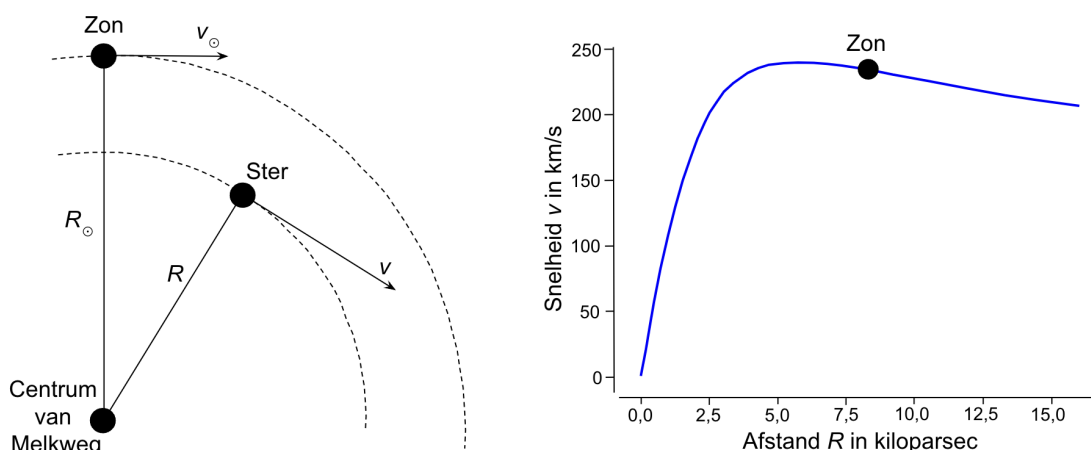
Maar hij was niet de eerste: Op 25 maart 1951 werd de 21 cm-lijn voor het allereerst waargenomen door de Amerikaanse onderzoekers Harold Ewen en Edward Purcell op de universiteit van Harvard. Ze deden dit met behulp van een hoornantenne die we op de volgende foto zien:





### 4.3 Differentiële rotatie

Oort had in twee artikelen in 1927 en 1928 de differentiële rotatie van de sterren in de Melkweg beschreven. Differentiële rotatie betekent dat sterren met verschillende snelheden rond het centrum van de Melkweg bewegen. Dit wordt bv. in het diagram links weergegeven: De ster met de afstand  $R$  tot het centrum van de Melkweg heeft een grotere snelheid dan de zon op een afstand  $R_{\odot}$ . Het snelheidsprofiel<sup>12</sup> is in het plaatje rechts te zien: Voor kleine afstanden vanaf het centrum stijgt de snelheid lineair aan. De Melkweg is in dit gebied te vergelijken met een starre schijf. De zon bevindt zich op een afstand van rond 8000 parsec (26000 lichtjaar) en heeft een snelheid van rond 230 km/s. Op zulke afstanden van het melkwegcentrum neemt de snelheid van een ster af wanneer de afstand tot het centrum groter wordt.

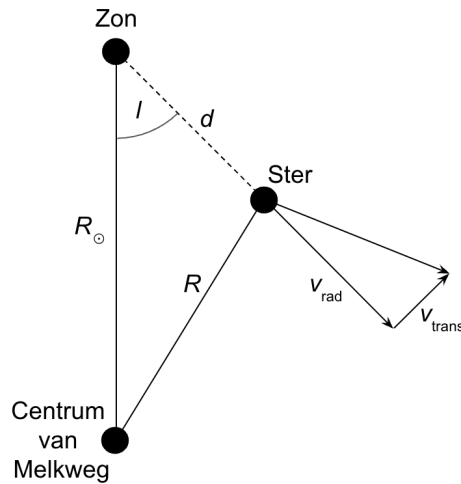


Een ster heeft ten opzichte van de zon een bepaalde snelheid. Dit kun je opsplitsen in een snelheid van de ster langs de gezichtslijn, de radiële component ( $v_{\text{rad}}$ ) en de transversale snelheid ( $v_{\text{trans}}$ ), die haaks op de radiële snelheid staat (zie het diagram op de volgende pagina). De hoek tussen de lijnen zon–centrum Melkweg en zon–ster noemen we  $l$ . Het is de galactische lengte. De afstand tussen zon en ster wordt door de parameter  $d$  beschreven. Uit al deze gegevens kun je dan de Oortconstanten  $A$  en  $B$  berekenen:

$$A = \frac{v_{\text{rad}}}{d \cdot \sin(2l)} \quad \text{en} \quad B = \frac{v_{\text{trans}}}{d} - A \cdot \cos(2l) \quad (9)$$

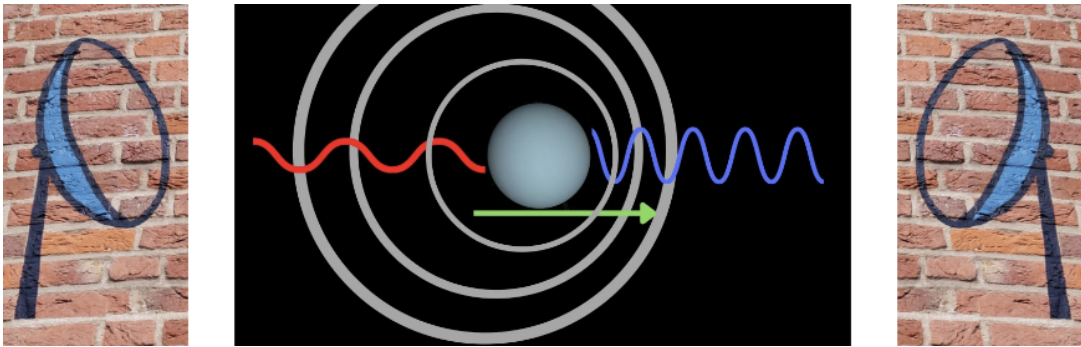
Deze Oortconstante  $A$  uit stermetingen hebben we later nodig om de afstand tot waterstofwolken te bepalen.

<sup>12</sup>Zie afbeelding 8 op de volgende website: <https://www.gaia.ac.uk/science/proper-motion-patterns-milky-way-rotation>



## 4.4 Radiële snelheid van waterstofwolken

De radiële snelheid  $v_{\text{rad}}$  (dus de snelheid langs de gezichtslijn) van een ster of van een waterstofwolk kun je met behulp van het dopplereffect bepalen. Stel dat de bron van de elektromagnetische straling ten opzichte van de waarnemer stilstaat dan heeft de straling een golflengte  $\lambda_0$ . Zodra de bron beweegt dan verandert de waargenomen golflengte die we  $\lambda$  noemen: Wanneer de bron op je afkomt dan is  $v_{\text{rad}} < 0$  en  $\lambda < \lambda_0$ . Je spreekt dan van blauwverschuiving. Bij roodverschuiving daarentegen beweegt de bron van je weg en het is  $v_{\text{rad}} > 0$  en  $\lambda > \lambda_0$ .



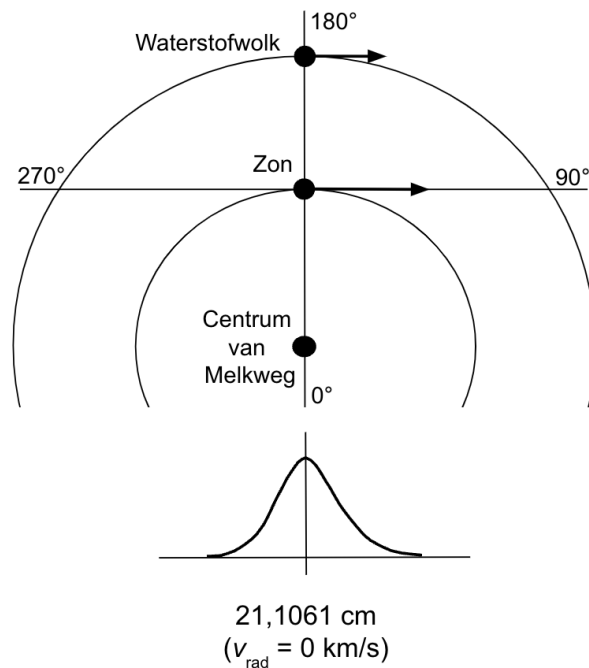
Wanneer je de golflengte  $\lambda$  meet dan kun je makkelijk de radiële snelheid van de bron berekenen ( $c$  is de snelheid van het licht):

$$\frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{v_{\text{rad}}}{c} \quad \Rightarrow \quad v_{\text{rad}} = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} \cdot c \quad (10)$$

In Kootwijk hadden ze de dopplerverschuiving van de 21 cm-lijn voor verschillende galactische lengtes gemeten. Het is trouwens nu belangrijk om de precieze waarde van deze lijn te gebruiken:  $\lambda_0 = 21,1061$  cm.

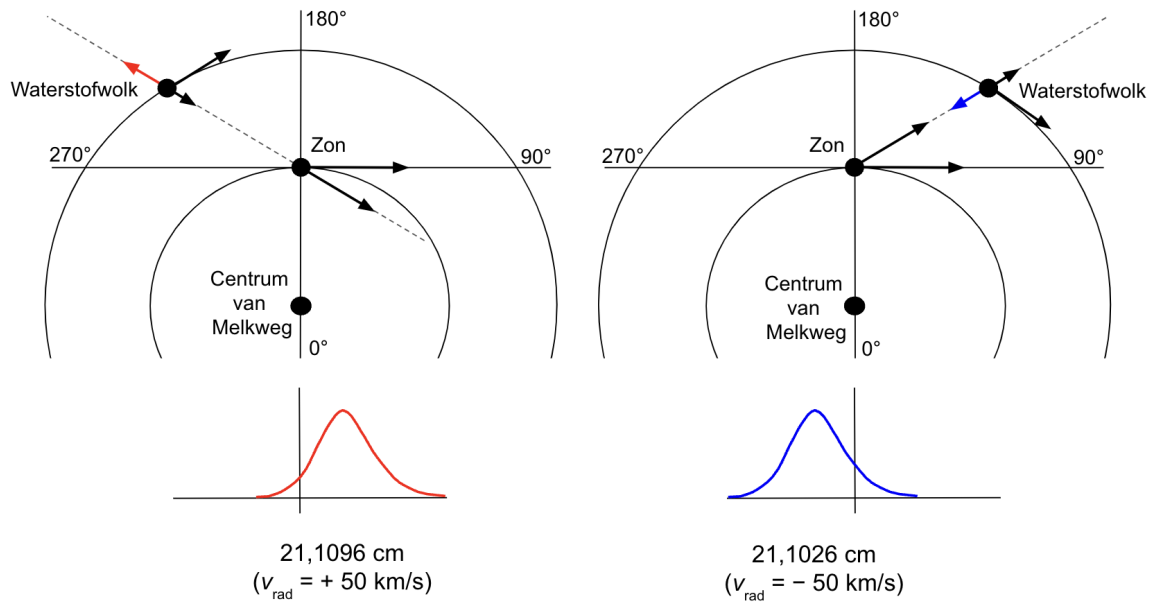
Wat kun je verwachten voor een waterstofwolk die een grotere afstand van het centrum van de Melkweg heeft dan onze zon? De snelheid van de wolk is zoals bij sterren op deze baan kleiner dan die van de zon. Hier volgen nu een aantal voorbeelden voor verschillende galactische lengtes:

- Voor een galactische lengte  $l = 180^\circ$  (en ook voor  $l = 0^\circ$ ) heeft de waterstofwolk geen radiële snelheid ( $v_{\text{rad}} = 0 \text{ km/s}$ ) ten opzichte van de zon. De gemeten golflengte  $\lambda$  is dan gelijk aan  $\lambda_0 = 21,1061 \text{ cm}$ .



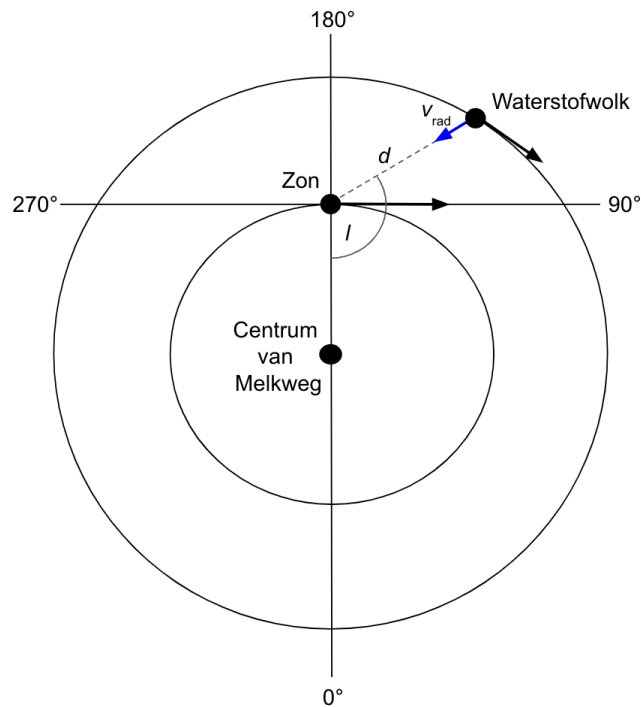
- Voor  $l = 240^\circ$  beweegt de waterstofwolk weg van de zon. Dit wordt weergegeven door de rode pijl in het diagram op de volgende pagina. Deze rode pijl is in feite het verschil tussen de snelheidscomponenten langs de gezichtslijn van de zon en de waterstofwolk. Voor een radiële snelheid van bv.  $v_{\text{rad}} = +50 \text{ km/s}$  zou je dan een golflengte van  $\lambda = 21,1096 \text{ cm}$  meten (dus een verschil van  $35 \mu\text{m}$ ). We hebben het dus hier met een roodverschuiving te doen.

Daarentegen zie je dat bij een galactische lengte van  $l = 120^\circ$  de waterstofwolk op de zon afkomt (blauwe pijl op het diagram op de volgende pagina). De radiële snelheid is dus negatief. Voor bv.  $v_{\text{rad}} = -50 \text{ km/s}$  meet je een golflengte van  $21,1026 \text{ cm}$ . Je spreekt hier van een blauwverschuiving.



Uit metingen aan sterren weet je hoe groot de Oortconstante  $A$  is. Door de meting van de dopplerverschuiving kun je de radiële snelheid  $v_{\text{rad}}$  van de waterstofwolk berekenen. Dit kan je dan gebruiken om voor een galactische lengte  $l$  de afstand  $d$  van de zon naar de waterstofwolk te bepalen (zie vergelijking (9)):

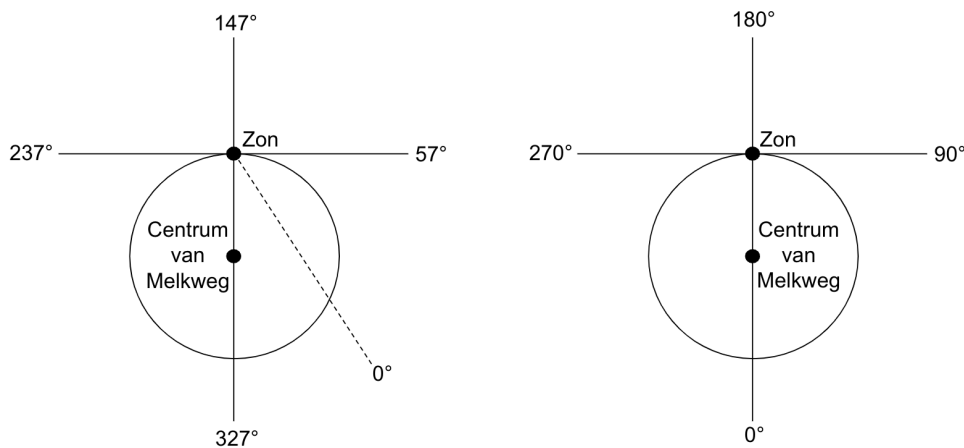
$$d = \frac{v_{\text{rad}}}{A \cdot \sin(2l)} \quad (11)$$



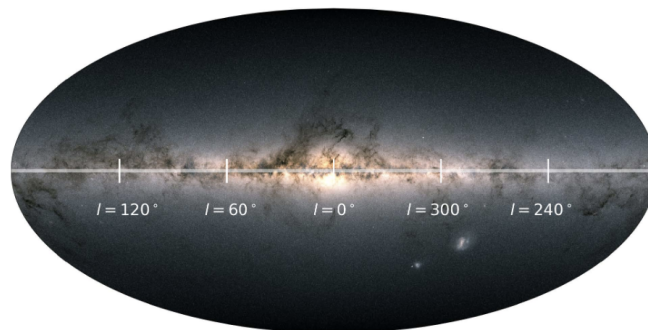
## 4.5 Spiraalarmen

Het onderzoeksteam in Kootwijk deed metingen van het lijnprofiel voor verschillende galactische lengtes. Eerst waren de metingen beperkt tot het vlak van de Melkweg. Het lijnprofiel levert informatie over de dopplerverschuiving en daarmee kon je de radiële snelheid van de waterstofwolk en uiteindelijk de afstand berekenen. Op deze manier kom je erachter waar de waterstof in de ruimte zit.

Voordat ik de eerste plaatjes van de structuur van de Melkweg laat zien is het noodzakelijk om iets over het gebruikte coördinatenstelsel te zeggen: Tot 1958 had de lijn zon–centrum van de Melkweg een galactische lengte van  $327^\circ$ . Het nulpunt was een van de twee snijpunten van het galactisch vlak met de hemelequator. In 1958 werd de richting naar het centrum van de melkweg als nulpunt ( $l = 0^\circ$ ) gedefinieerd. Het volgende diagram geeft het verschil weer<sup>13</sup>:



In het volgende plaatje zie je de (moderne) galactische lengte weergegeven op de melkweg (Bron: ESA/Gaia/DPAC):

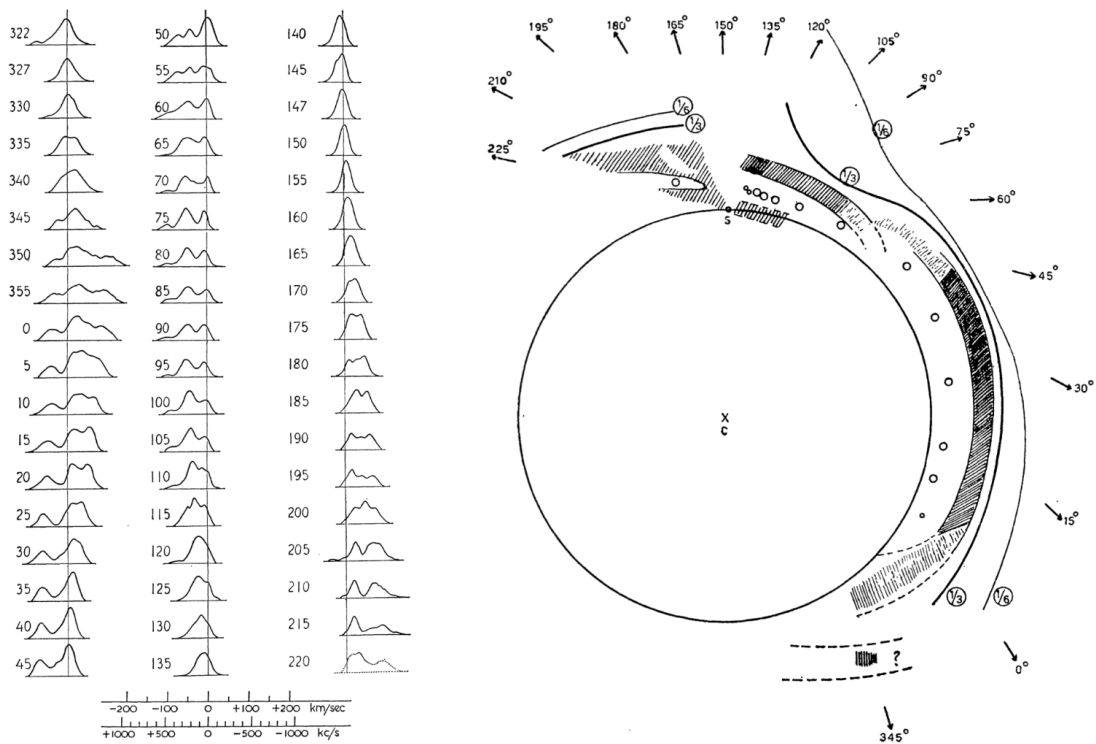


<sup>13</sup>Op deze website is meer informatie over het galactische coördinatenstelsel te vinden: <https://www.astro.rug.nl/~weygaert/InleidingStk2/onderwerpen/GALCOORD.HTML>



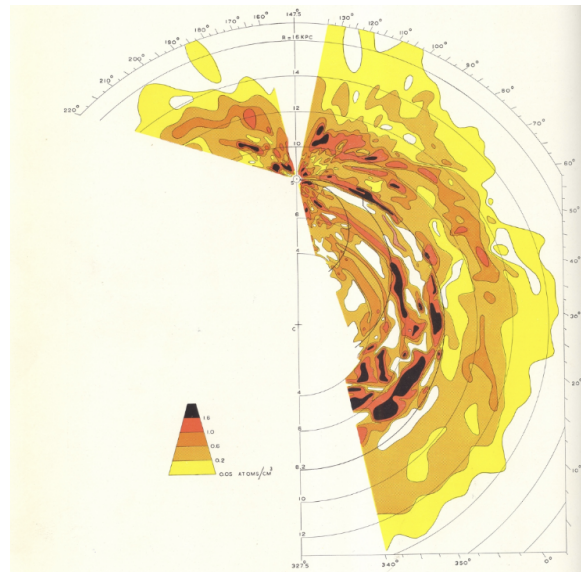
In de lente van 1953 werd Van de Hulst uitgenodigd om de Halley Lecture te houden aan de Universiteit van Oxford over het werk aan de Melkweg. Daarvoor wilde hij graag een eerste versie van een plattegrond laten zien, gebaseerd op de waarnemingen die tot dan toe gedaan waren. In korte tijd werd die plattegrond gemaakt, dankzij een crash-actie van Oort en met behulp van alle studenten en rekenaars van de Leidse Sterrewacht.

Deze twee afbeeldingen onderaan komen uit het artikel van Van de Hulst in *The Observatory*, Vol. 73, P.129-139, 1953. Links zien we de gemeten lijnprofielen voor galactische lengtes van  $322^\circ$  tot  $220^\circ$ . Let op: Dit zijn lengtes in het oude coördinatenstelsel. Zo zien we hier zoals verwacht geen dopplerverschuiving voor de lengtes van  $327^\circ$  en  $147^\circ$ . De eerste plattegrond van de Melkweg is rechts afgebeeld. Het is al duidelijk dat je op bepaalde afstanden lang gerekte armen vindt.

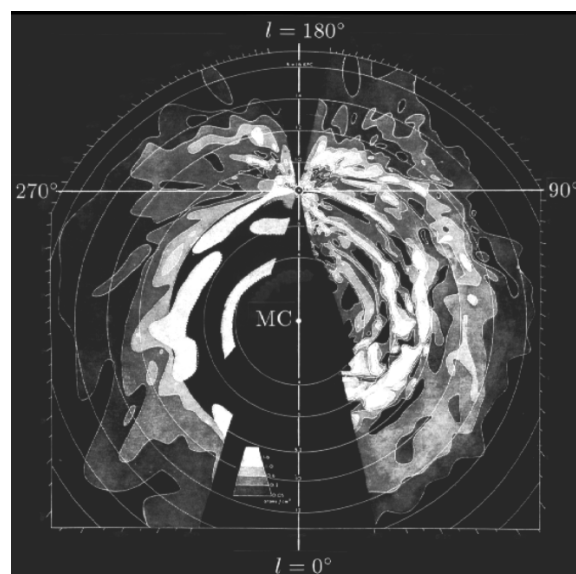


Na de eerste waarnemingscampagne werd een tweede, meer uitgebreide campagne gedaan tussen 1953 en 1955. Die waarnemingen stelden de sterrenkundigen in staat om een drie-dimensionale plattegrond samen te stellen. Op deze plattegrond is de structuur van het Melkwegstelsel nog veel beter te zien. De plattegrond op de volgende pagina werd gepubliceerd door Gart Westerhout in het artikel *The distribution of*

*atomic hydrogen in the outer parts of the Galactic System in het Bulletin of the Astronomical Institutes of the Netherlands, Vol. 13 (No. 475), p.201-246, 1957.*

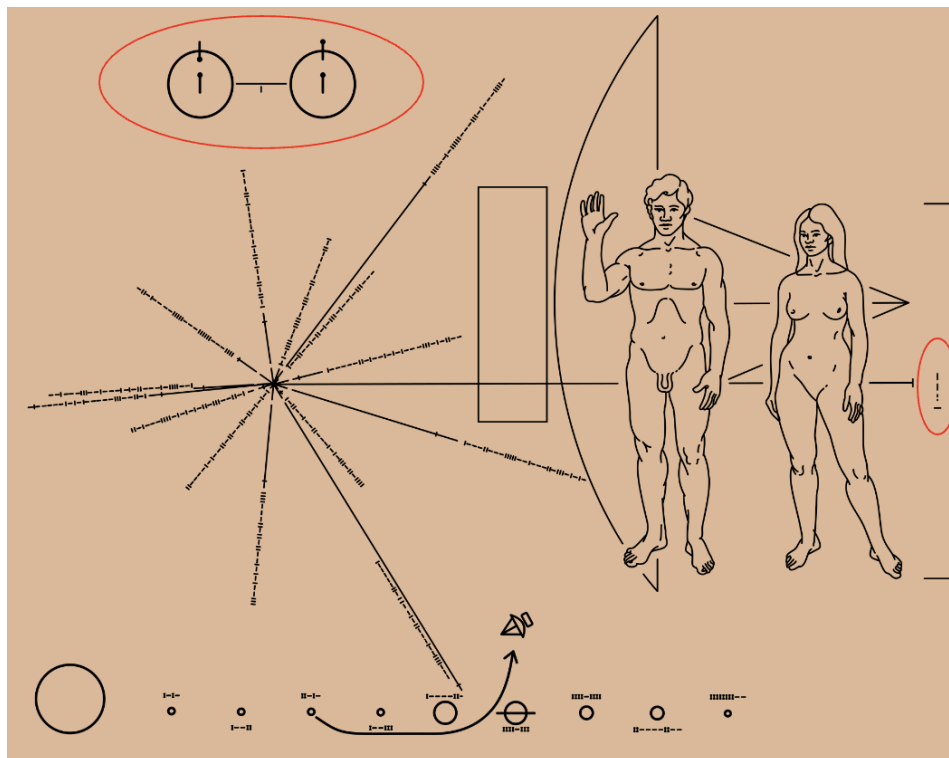


Tevens werd samenwerking gezocht met radiosterrenkundige Frank Kerr en zijn team in Australië, want vanuit Australië kan het deel van de Melkweg dat niet in Nederland boven de horizon komt worden waargenomen. Door de Australische waarnemingen te combineren met de Nederlandse waarnemingen kon een volledige plattegrond gemaakt worden, zoals gepubliceerd door Oort, Kerr en Westerhout in het artikel *The Galactic System as a Spiral Nebula in de Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Vol. 118, p.379-389, 1958.*



## 5 De universele lengte-eenheid

De Pioneer 10 en Pioneer 11 ruimtesondes zijn in 1972 en 1973 gelanceerd. Ze bevinden zich nu op ongeveer 19 lichtuur (Pioneer 10) en 15,5 lichtuur (Pioneer 11) van de aarde. Aan bord hebben ze een gouden plaat die hier te zien is:



Links boven staat een afbeelding die de hyperfijnstructuur-overgang in waterstof weergeeft. De ontwerper van deze plaat (Carl Sagan) beschouwde de (golf)lengte van 21,1 cm als de universele eenheid voor lengte. Mocht ooit een buitenaards (intelligent) wezen deze plaat opmerken dan zou hij kunnen berekenen hoe lang de species is die rechts weergegeven is. Naast de vrouw staat in binair-code (met een kleine etsfout):  $| - - - = 1000_{\text{bin}} = 8$ . Een vrouw heeft dus blijkbaar de gemiddelde lengte van  $8 \cdot 21,1 \text{ cm} = 168,8 \text{ cm}$ . Natuurlijk weet een buitenaards wezen niet wat één centimeter is. Het denkt gewoon: Dit wezen is 8 keer zo groot als de golflengte van de waterstof-overgang.

Informatie over de actuele positie van de Pioneer ruimtesondes kun je hier vinden:

<https://theskylive.com/pioneer10-info>

<https://theskylive.com/pioneer11-info>

## 6 Literatuur en weblinks

### 6.1 Leidse Muurformules

<https://muurformules.nl/>

### 6.2 Henk van de Hulst

Dirk van Delft:

#### **Reiziger in het wereldruim**

De astronoom Henk van de Hulst 1918-2000

Promotheus Amsterdam, 2021

Hoofdstukken 1 - 8

In memoriam Henk van de Hulst - New Scientist:

<https://www.newscientist.nl/nieuws/in-memoriam-hendrik-christoffel-van-de-hulst/>

Universiteit Leiden: Leidse astronoom Henk van de Hulst: bescheiden man met groot gezag

<https://www.universiteitleiden.nl/nieuws/2021/04/leidse-astronoom-henk-van-de-hulst-bescheiden-man-met-groot-gezag>

### 6.3 21 cm-lijn

Kees de Jager:

#### **Terugblik**

Stip Media, Alkmaar, 2014

Hoofdstuk 34: Een prachtige voorspelling

Uitleg van Kees de Jager:

<https://youtu.be/3LGE76zYuAE>

<https://nl.wikipedia.org/wiki/21cm-lijn>

<https://www.astro.rug.nl/~weygaert/InleidingStk2/onderwerpen/HI21CM.HTML>

## 6.4 Informatie van CAMRAS

De Bouw van een Radiotelescoop (Herman Kleibrink):

<https://www.youtube.com/watch?v=1MQ-8XmkFeI>

Met de 21 cm-waterstoflijn van Kootwijk naar Dwingeloo:

<https://www.camras.nl/blog/2021/met-de-21-cm-waterstoflijn-van-kootwijk-naar-dwingeloo/>

Würzburg die Melkwegspiralen onthulde teruggevonden:

<https://www.camras.nl/blog/2022/wurzburg-die-melkwegspiralen-onthulde-teruggevonden/>

## 6.5 Differentiële rotatie van de Melkweg

Oortconstanten:

<https://nl.wikipedia.org/wiki/Oortconstanten>

Spiral Galaxy, the Milky Way unravelled:

<https://www.youtube.com/watch?v=aKQvzf4zRZM>

Wavy proper motion patterns and the rotation of the Milky Way disk

<https://www.gaia.ac.uk/science/proper-motion-patterns-milky-way-rotation>