

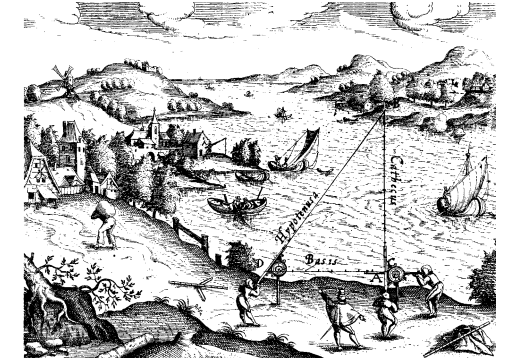


De Kosmische Ladder



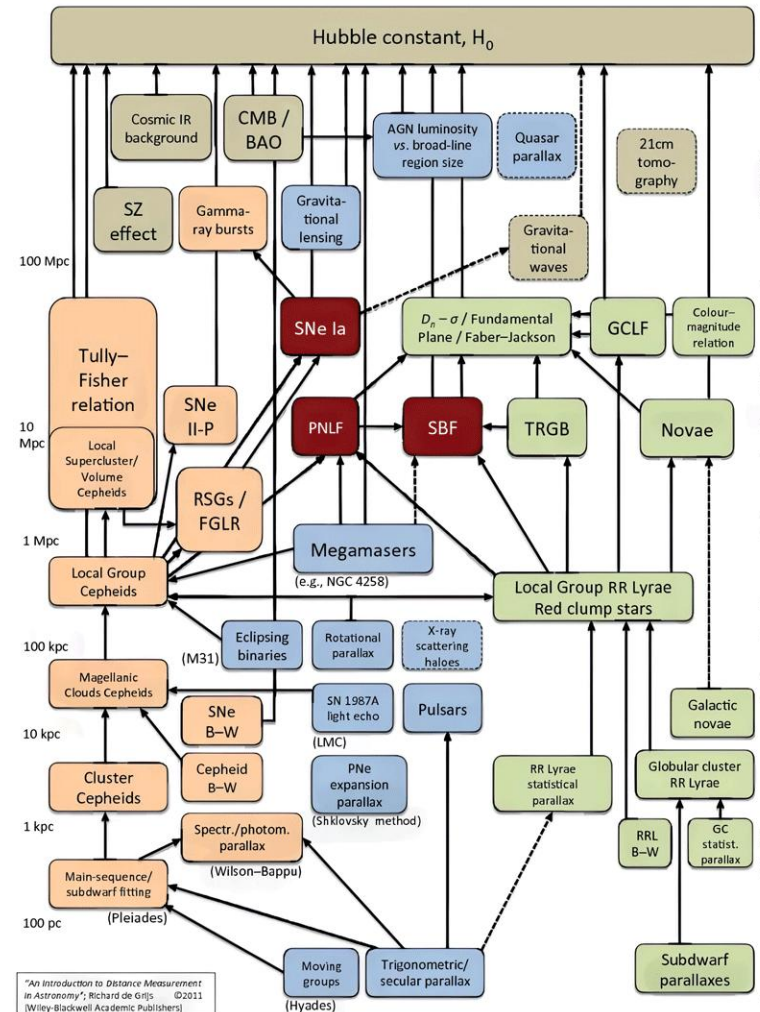
De “sporten” van de Kosmische ladder

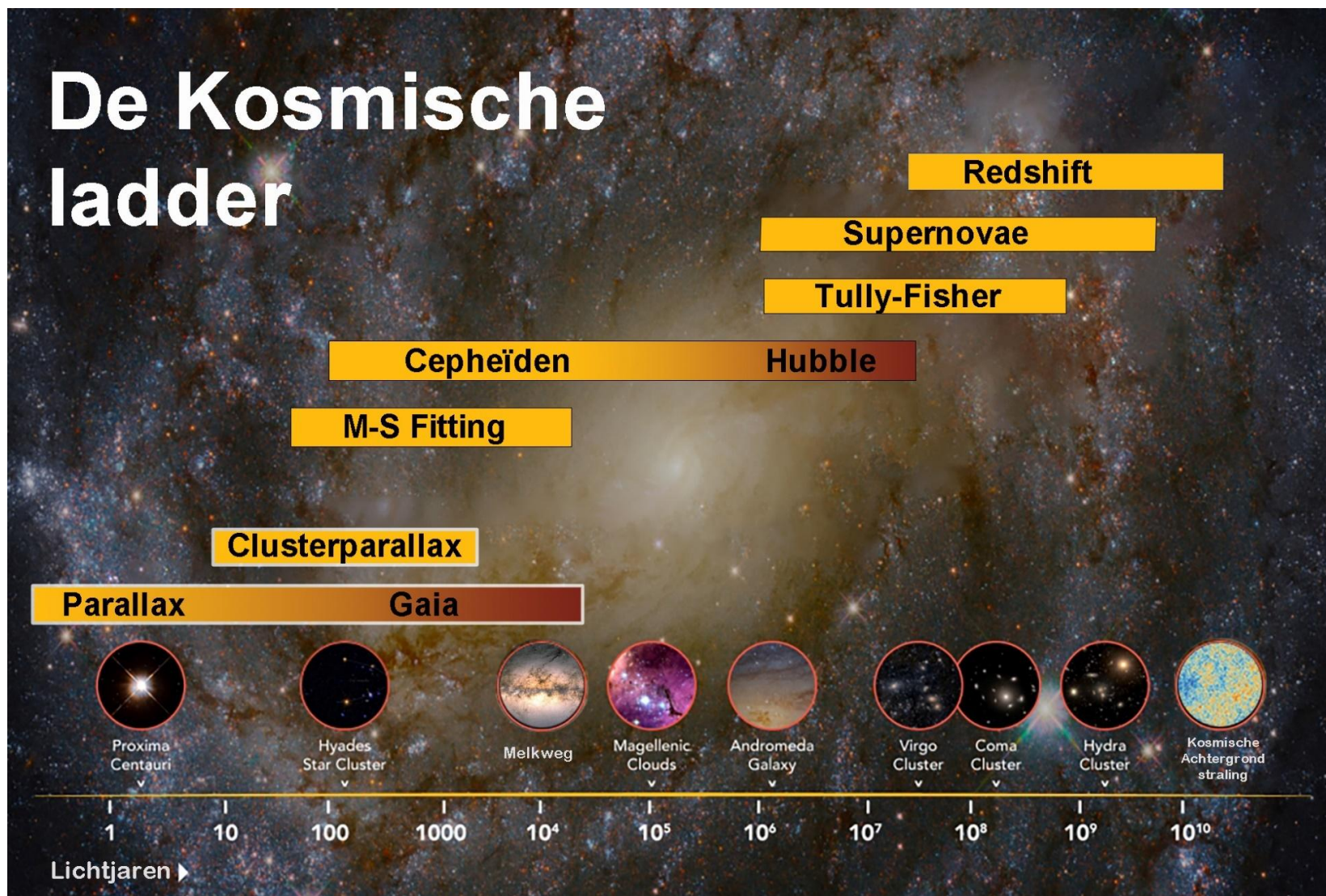
- Aan de basis staan de methodes waarbij je absolute afstanden meet. De triangulatie of parallax methode is de belangrijkste. Basisvoorwaarde is dat je in de driehoek tenminste een afstand al weet (dus in het begin ook echt gemeten hebt.)
- Relatieve methodes vertellen je de verhoudingen in afstanden van bepaalde objecten.
Als object B x verder weg staat dan object A, moet je de absolute afstand tot A al via een andere methode bepaald hebben om te weten hoever B weg staat.
- Methodes moeten elkaar dus in bereik en objecten waarvan de afstand bekend is overlappen.
- Er zijn nog veel meer methodes (soms hele speciale) om afstanden te bepalen. In onze cursus beperken we ons tot een aantal heel belangrijke met een vrij breed toepassingsgebied.





De Kosmische ladder







Hoe klimmen wij naar boven? I

Absolute methodes

Dichtbij huis (zonnestelsel)_

1. Omtrek van de Aarde (Erathostenes (300 vC), Snellius rond 1600)
2. *Intermezzo: een beetje meetkunde, een beetje gonio*
3. Afstand maan (en dan meteen ook de diameter) Aristarchus (300 vC)
4. Aristarchus berekent ook de afstand tot de zon
5. *Intermezzo: radialen*
6. *Intermezzo: Kleine hoeken benadering*
7. Absolute afstanden op aarde
8. Absolute afstanden in de sterrenkunde
9. Rekenen aan de parallax





Hoe klimmen wij naar boven? II

Absolute methodes

Dichtbij huis (zonnestelsel)_

- 10. Afstand maan met Parallax
- 11. De afstanden binnen het zonnestelsel (Kepler, Newton, schaalmodel)
- 12. Bonus: de lichtsnelheid via de maantjes van Jupiter

Verder weg (maar nog wel in onze eigen “buurt” in de Melkweg)

- 13. De afstand tot de sterren
- 14. Bessel meet de eerste afstand tot een ster (1835!)
- 15. De parsec
- 16. Eigen beweging en parallax: Bereken de afstand van Wega
- 17. Gaia meet parallaxen tot op 10 Kpc





Hoe klimmen wij naar boven? III

Verder weg (maar nog wel in onze eigen “buurt” in de Melkweg)

18. Speciale parallaxmethodes

19. De dynamische of clusterparallax

20. Uitdijingsparallaxen

21. Opdracht: Supernova 1987A, een bijzonder geval





Hoe klimmen wij naar boven? IV

22. Relatieve methodes

Melkweg en “naburige” melkwegstelsels

23. *Intermezzo: De omgekeerde kwadratenwet*

24. *Intermezzo: Magnitudes*

25. *Intermezzo: Absolute magnitudes*

26. *Intermezzo: De afstandsmodulus*

27. Main Sequence fitting mbv het Hertzsprung - Russell diagram

28. Cepheïden via relatie tussen periode en absolute lichtkracht

29. Waarom de helderheid van Cepheïden periodiek verandert



Hoe klimmen wij naar boven? V

Verre melkwegstelsels (clusters)

30. De Tully-Fisher methode (de ijking van helderheden van melkwegstelsels (in clusters))
31. De supernova methode (supernova's met een zeer specifieke maximale helderheid)
32. Hubble-Lemaître relatie
33. Het heelal dijt uit: vragen, vragen, vragen
34. Kosmische roodverschuiving
35. Kosmische achtergrondstraling
36. Afstanden in een uitdijend heelal
37. Is de Hubble constante constant?
38. Afstanden en Horizonnen
39. Het einde van de ladder?





Hoe klimmen wij naar boven? VI

Toegift:

40. Zwaartekrachtgolven, een absolute afstandsbe­paling voor de lange afstand

41. Slot

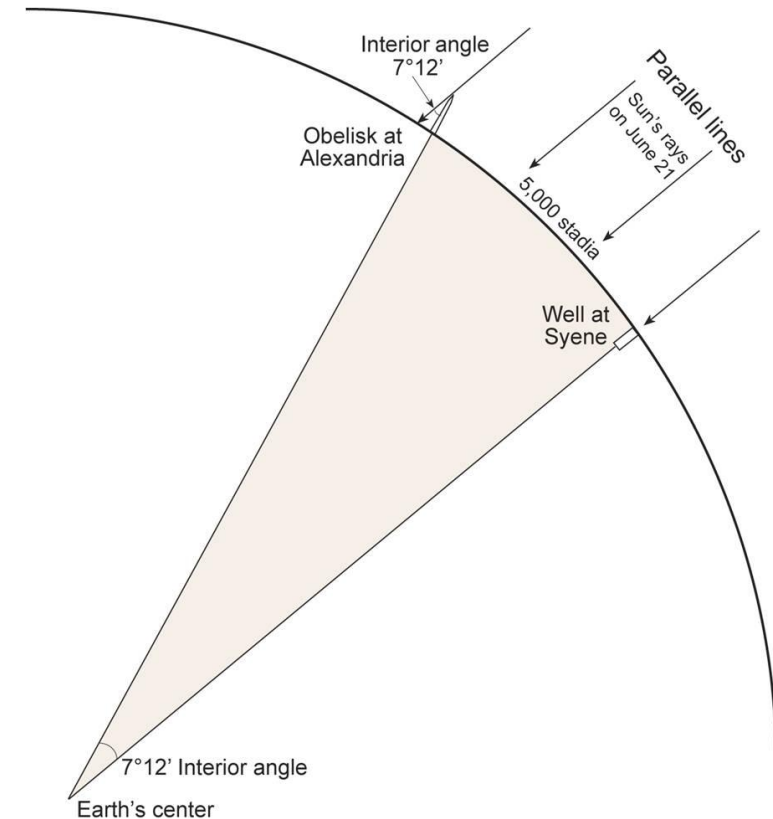




1. Eratosthenes bepaalt de omtrek van de aarde

Eratosthenes wist dat op het middelpunt van de langste dag de zon vrijwel in het zenit boven Syene (nu: Aswan) in Zuid-Egypte staat. (Zonlicht zou dan de bodem van een diepe verticale punt verlichten.) Zelf bevond hij zich noordelijker in Alexandrië. Daar stond de zon $7^{\circ}12'$ uit het zenit. (Hoe berekende hij dat?)

Aan de hand van de reistijd van karavanen tussen Alexandrië en Syene schatte hij de afstand tussen deze steden op 5000 stadia.





Werk aan de Winkel

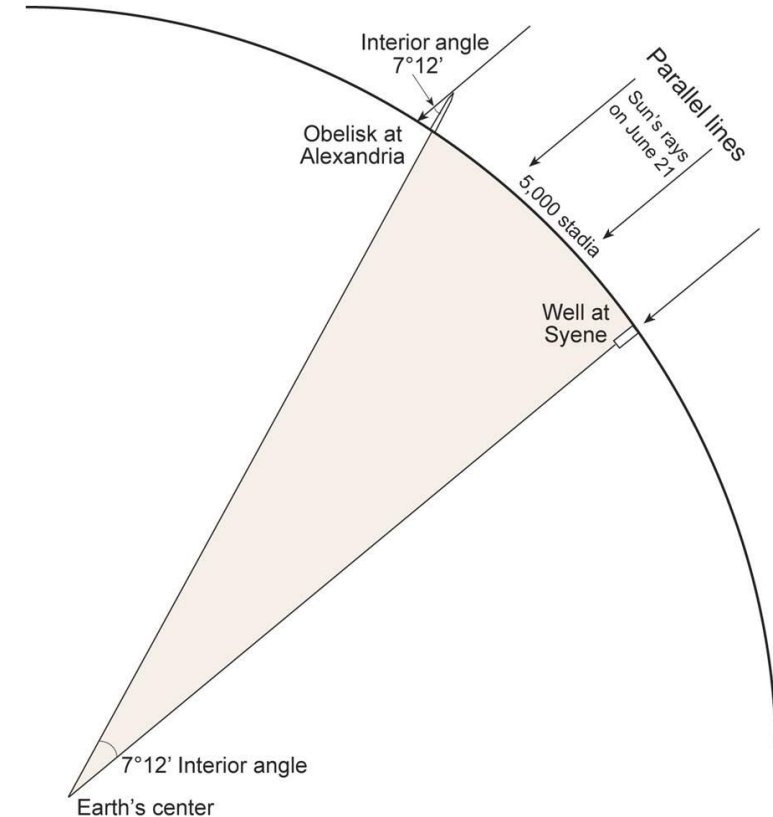
(alle opdrachten staan cursief)

1.1 Bepaal de omtrek van de aarde in stadia en vervolgens in meters.

Van een stadie (of stadion) waren meer maten in omloop (net als van onze ouderwetse duimen). Men vermoedt dat de stadie van Eratosthenes ergens tussen de 149 en 180 m lang was. Een vaak genoemd getal (uit de werken van Plinius) is 157,5 m.

De huidig gemeten afstand tussen Alexandrië en Syena (Aswan) = 835 km.

1.2 Hoe betrouwbaar is je antwoord (of dat van Eratosthenes)



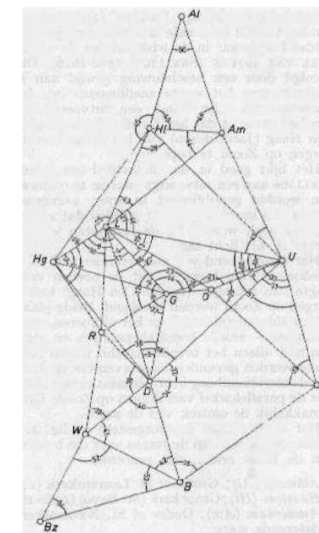
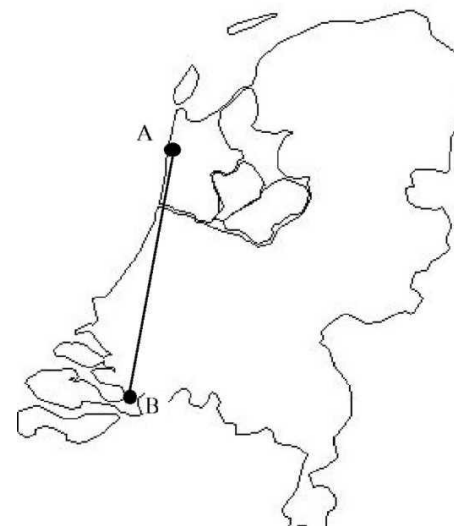
Snellius deed iets soortgelijks rond 1600 in de Lage Landen.

De afstand tussen Bergen op Zoom en Alkmaar had hij berekend op 34710,6 roeden. In werkelijkheid bedraagt deze afstand 34635,9 roeden. (Een Rijnlandse roede is 3,766 meter.)

Voor het verschil in breedtegraad (via de hoogte van de poolster) mat hij $1^{\circ}12'$.

De hoek tussen de lijn Alkmaar – Bergen op Zoom en de meridiaan was volgens zijn berekening $11^{\circ}26'$.

1.3 Waar kom jij op uit als je Snellius' berekening (thuis) nog eens uitvoert?



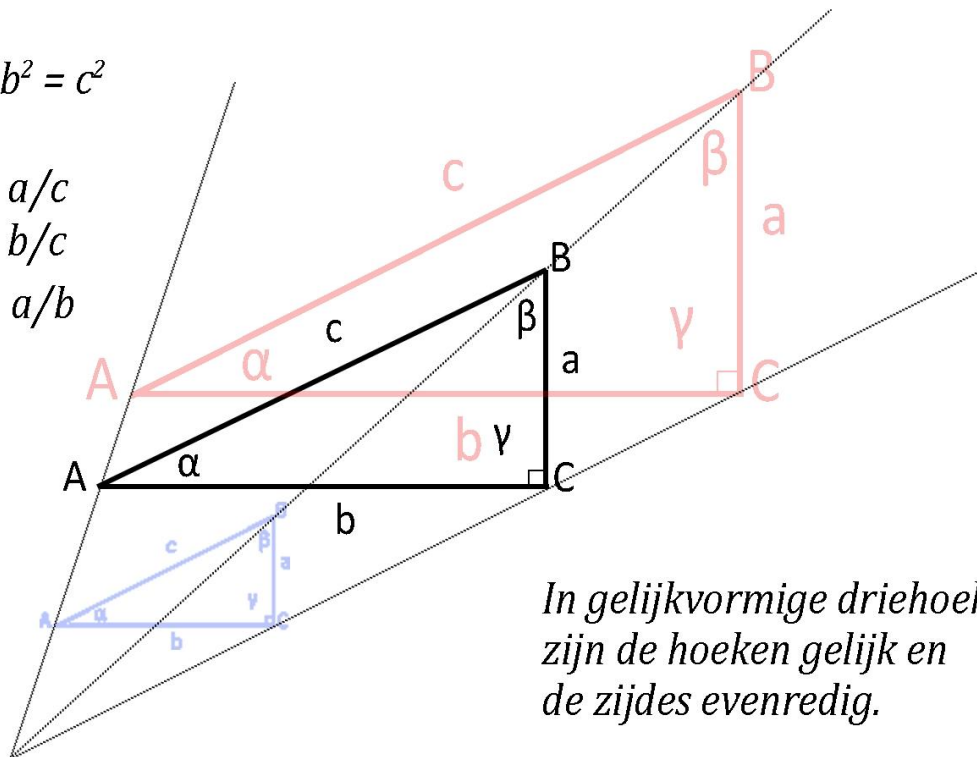
2. Intermezzo: Een beetje meetkunde, een beetje gonio I

Pythagoras: $a^2 + b^2 = c^2$

sinus: $\sin \alpha = a/c$

cosinus: $\cos \alpha = b/c$

tangens: $\tan \alpha = a/b$



*In gelijkvormige driehoeken
zijn de hoeken gelijk en
de zijdes evenredig.*



2. Intermezzo: Een beetje meetkunde, een beetje gonio II

Uit de meetkunde weten we dat wanneer van een driehoek een zijde en twee hoeken bekend zijn alle andere hoeken en zijden van de driehoek vastliggen en berekend kunnen worden.

Afhankelijk of we het over het platte of een boloppervlak hebben noemen we dat onderdeel van de meetkunde trigonometrie of boltrigonometrie.

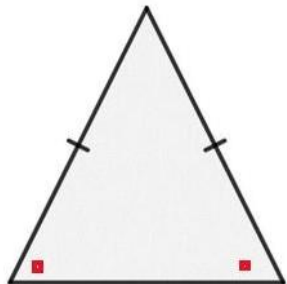
In deze cursus zullen we alleen maar vlakke driehoeken tegenkomen.

2.1 Hoe groot is de som van alle hoeken in een driehoek?

2.2 Kun je dat bewijzen?

2.3 Als er in een rechthoekige driehoek een scherpe hoek van 30° is, hoe groot is dan de andere scherpe hoek?

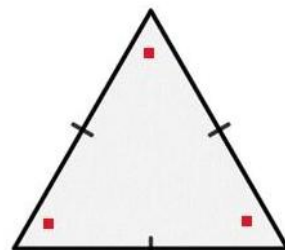
2.4 En als in een gelijkbenige driehoek de tophoek 30° is, hoe groot zijn dan de andere hoeken?



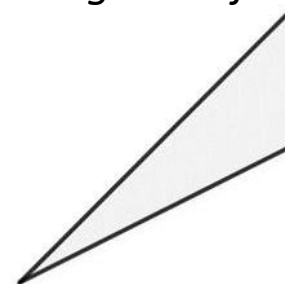
Gelijkbenige Driehoek



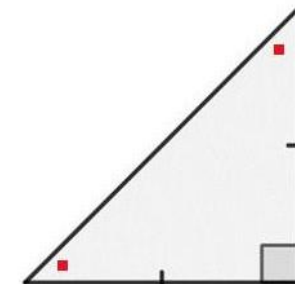
Rechthoekige Driehoek



Gelijkzijdige Driehoek



Gewone Driehoek



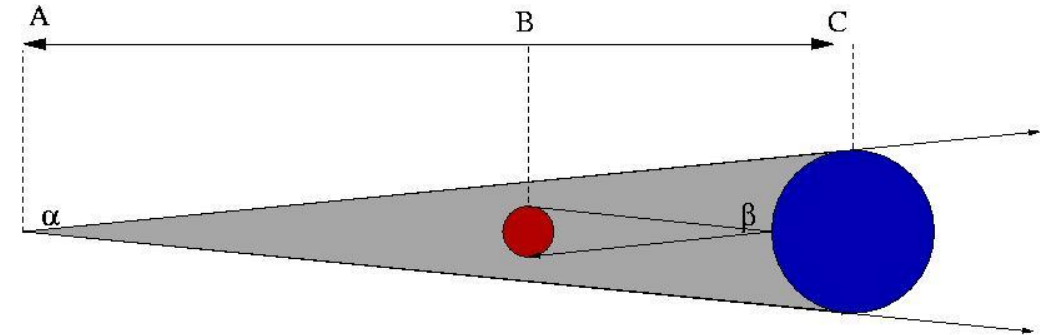
Gelijkbenige Rechthoekige driehoek

3. Van de Aarde af: De afstand tot de Maan I

Aristarchus (310 BC) gebruikt hiervoor de maansverduistering.

De oude Grieken konden al zien dat de zon ongeveer een halve graad aan de hemel beslaat (dit is gelijk aan hoek α , zie figuur). Om preciezer te zijn: $\alpha = 32'$.

3.1 Hoe lang is de aard-schaduwkegel (punt A naar punt C), gemeten in aard-diameters?



vanaf de aarde lijkt de maan even groot als de zon (zonsverduistering!)
dus, hoek $\alpha = \beta$

Aristarchus weet ook dat de schijnbare diameter van de maan even groot is als die van de zon (denk aan zonsverduistering!). Dus in de figuur is hoek α gelijk aan hoek β .

3.2 N.B. De Grieken wisten dat de lengte van de kernschaduw van ieder object in de zon 108 keer zo groot is als de diameter van dat object. Waarom is dat zo?

3. Van de Aarde af: De afstand tot de Maan II

Op de foto zie je goed hoe de maan de aardschaduwkegel binnengaat. Maak een schatting van hoeveel groter die kegel is t.o.v. de maan.

Dit noemen we factor K (de kegeldoorsnede is K keer groter dan de maan).
(Je mag ook het diagram van de komende maansverduistering gebruiken)

Dit betekent dat de afstand AB, K keer groter is dan de afstand BC...

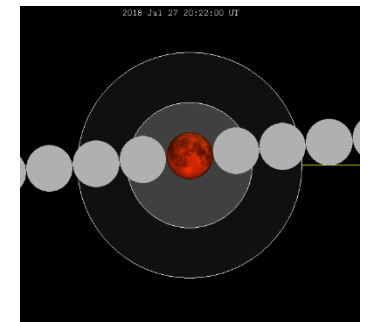
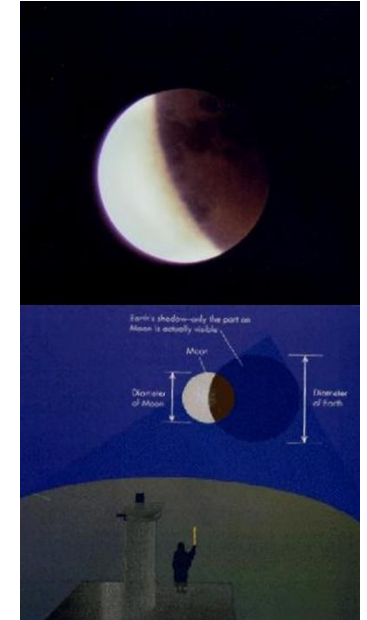
Dus afstand AC = $(K+1) \times BC$
Reken maar na.

3.3 Dus, hoe groot is de afstand aarde-maan in Aard-diameters? En in kilometers? Hoeveel wijkt dit af van de werkelijke waarde?

3.4 Hoe groot is de maan?

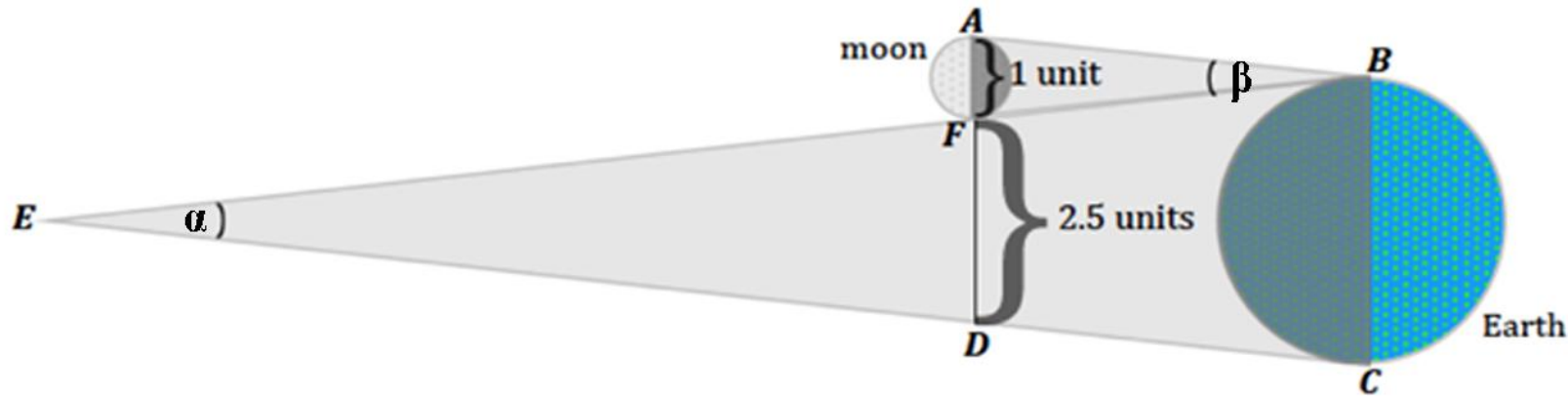
3.5 Als je het lastig vindt om de grootte van de schaduw te bepalen in maandiameters, kun je dan iets met de wetenschap dat een totale maansverduistering maximaal zo'n 100 minuten kan duren (bijna 107 om precies te zijn).

Omlooptijd Maan: Siderisch 27,3 dagen, synodisch 29,5 dagen



3. Van de Aarde af: De afstand tot de Maan III

- Een andere, misschien gemakkelijkere manier om in te zien hoe je aan “(K+1)” komt is de volgende figuur: Omdat hoek $\alpha = \beta$ (hoekmaat zon = hoekmaat maan) lopen de lijnen AB en EC evenwijdig. ABCD is dan een parallellogram en dus $AD=BC= (K+1)$ maandiameters.
- Dus diameter maan = diameter aarde/(K+1)
- En met Aristarchus: afstand maan = 108 x diameter maan.



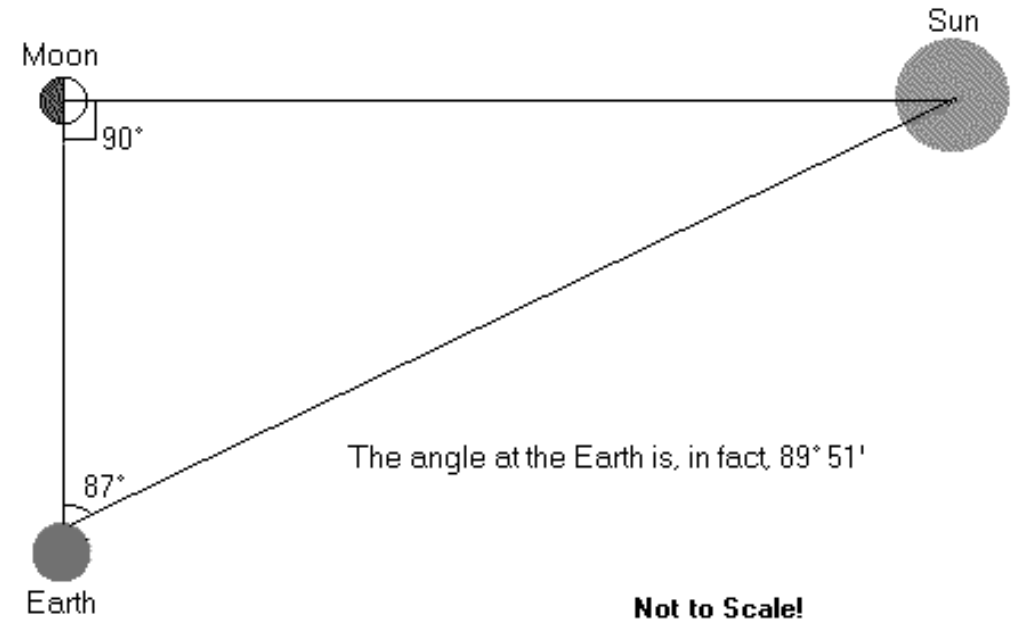
4. Aristarchus berekende ook de afstand tot de zon.

Zijn methode was goed, maar zijn nauwkeurigheid liet te wensen over. Hij zat er een factor 20 naast.

Zijn fout is hem niet kwalijk te nemen want nauwkeurig genoeg meten is in dit geval een bijna onmogelijke klus.

4.1 Wat vond Aristarchus en wat moet het in werkelijkheid zijn? (Gebruik de gegevens in de figuur)

4.2 Dat je meetfout gauw heel groot wordt kun je zien als je dezelfde berekening uitvoert voor waarden die maar een paar boogminuten van de juiste waarden afwijken. Neem bv. $89^{\circ}45'$ of $89^{\circ}55'$.



Recapitulatie Les 1 I

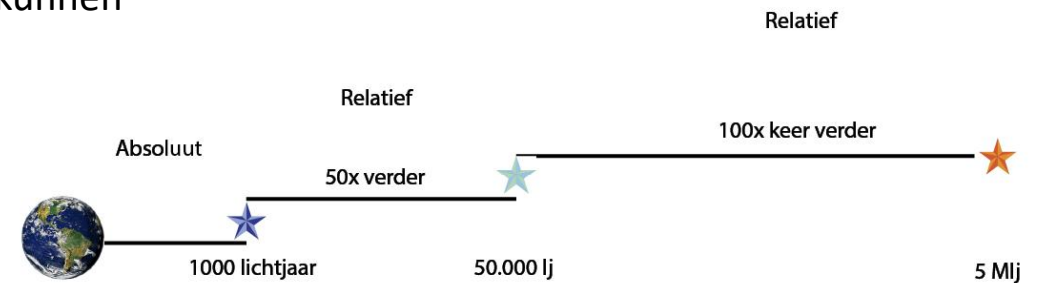
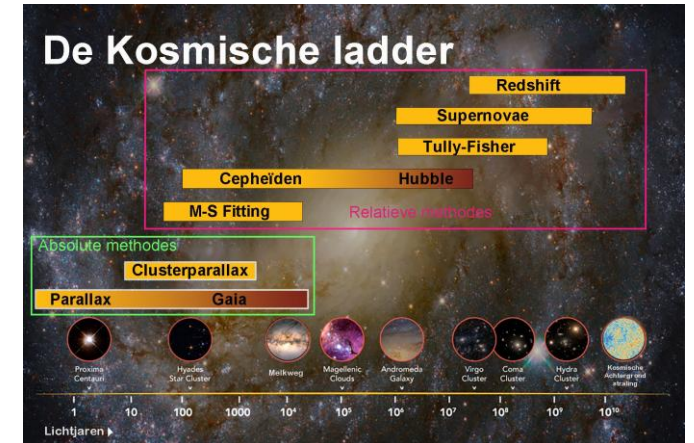
De Kosmische Ladder is een overlappende verzameling methodes om afstanden te meten.

Er zijn in principe twee soorten methodes:

1. Absolute, waarmee we direct afstanden meten in kilometers o.i.d.
2. Relatieve, waarmee we meten hoeveel maal een object (A) verder staat dan een ander object (B).
Als we van object (A) de absolute afstand weten kunnen we die van B berekenen.

Het zal duidelijk zijn dat we tenminste één absolute methode nodig hebben en dat relatieve methodes altijd een absolute methode als overlap nodig hebben (ev. via verschillende tussenstappen) om uiteindelijk een absolute afstand te kunnen bepalen.

We beginnen daarom dicht bij huis, op aarde, met absolute methodes en zullen via diverse relatieve methodes gebaseerd op kennis uit diverse gebieden uit de sterrenkunde, de grenzen van het waarneembare heelal bereiken.



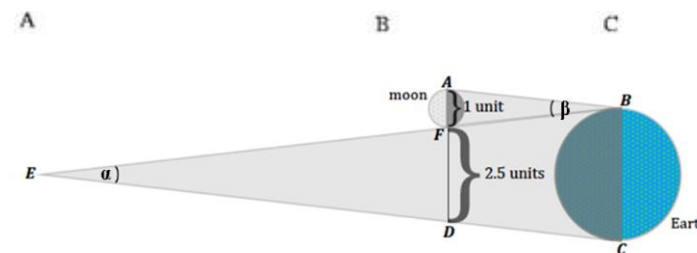
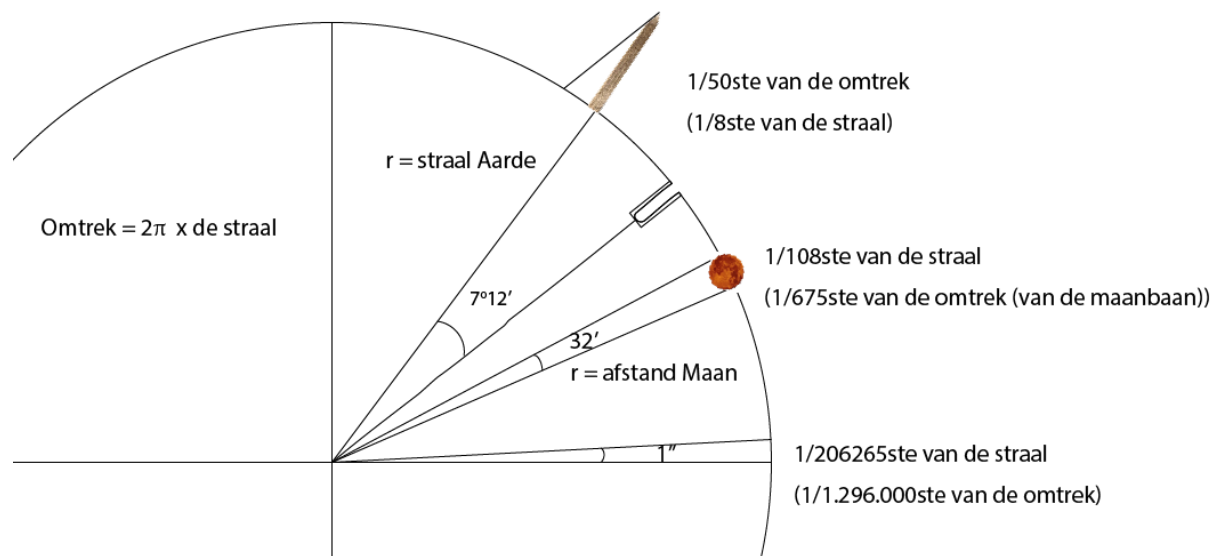
Recapitulatie Les 1 II

Met Eratosthenes en Willebrord Snell berekenen we de omtrek van de Aarde.

Vervolgens bepalen we samen met Aristarchus uit waarnemingen tijdens maan- en zonsverduisteringen de absolute lengte van diverse schaduwkegels en van daaruit de diameter en afstand van de maan.

We hadden daar wel als absolute maat de diameter van de aarde voor nodig en wat basiskennis van driehoeken.

Zie je dat we telkens hetzelfde "trucje" toepassen: We kennen de hoek waaronder we een bepaalde afstand zien en kunnen dan uitrekenen hoe groot de totale omtrek van de cirkel is, en dus ook de straal (delen door 2π).



vanaf de aarde lijkt de maan even groot als de zon (zonsverduistering!)
dus, hoek $\alpha = \beta$

K is schaduwgrootte bij B in maandiameters
Diameter aarde is $(K+1)$.diameter Maan



5. Intermezzo: Radialen

Definitie radiaal: Is de hoek α , waarbij de lengte $bg\alpha$ gelijk is aan de straal r .

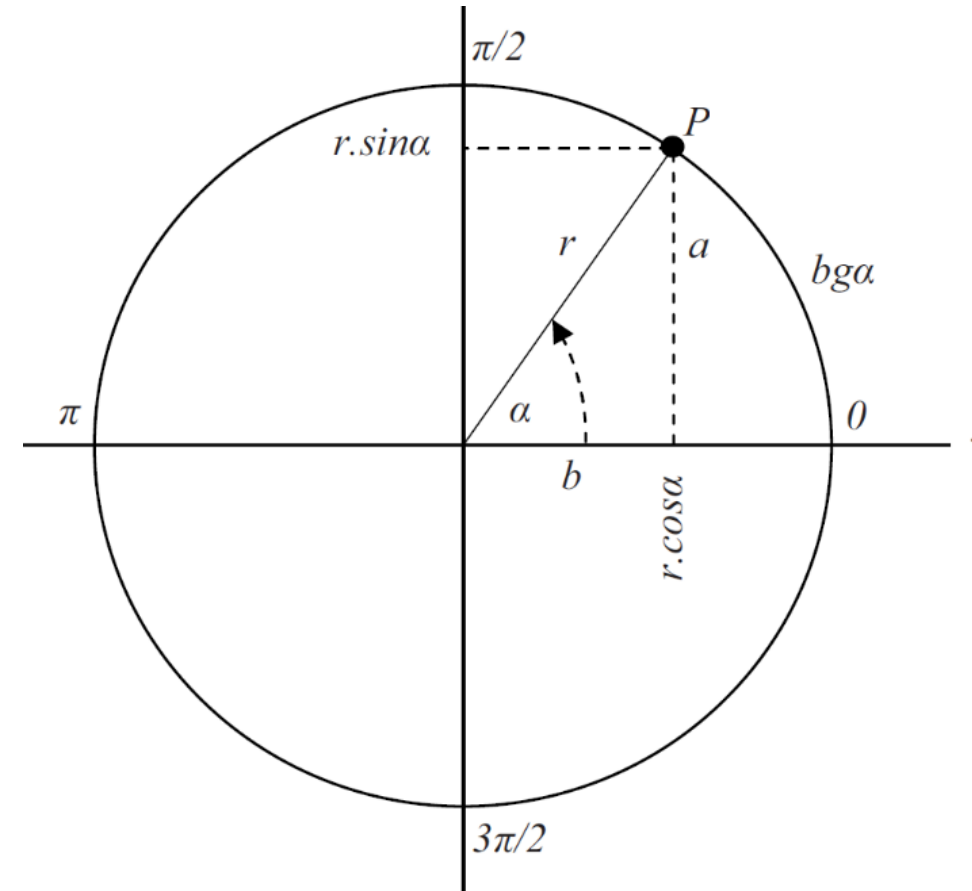
Dus $\frac{bg\alpha}{r} = 1$

Omdat de omtrek $2\pi r$ is, is $1 \text{ rad} = \frac{360^\circ}{2\pi}$

1 radiaal is ongeveer $57,29577951^\circ$

ofwel ~ 206265 boogseconden

5.1 Hoe groot is een boogminuut in radialen?





6. Intermezzo: Kleine hoeken benadering

Booglengte, sinus en tangens van kleine hoeken zijn (voor praktisch alle berekeningen) gelijk aan de hoek in radialen.

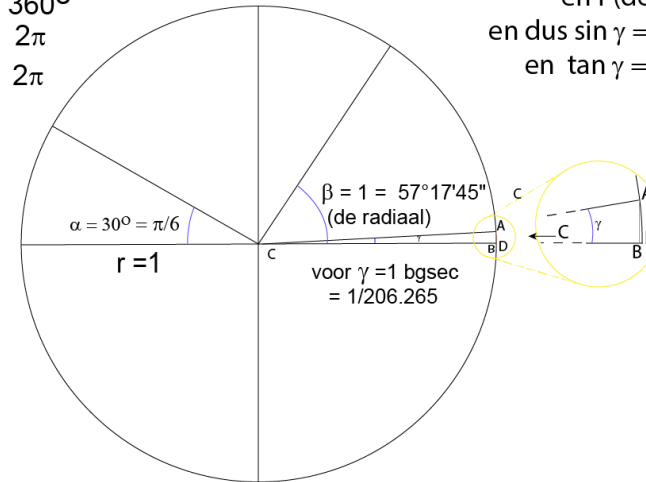
Dus bv $\sin(1'') = 1/206265$

6.1 Wat is de booglengte van 1° ?

6.2 En de tangens van 1° ?

6.3 Wat vind je van het verschil?

Omtrek cirkel: $2\pi r$
Cirkel in graden: 360°
Eenheidscirkel ($r=1$): 2π
Cirkel in radialen: 2π

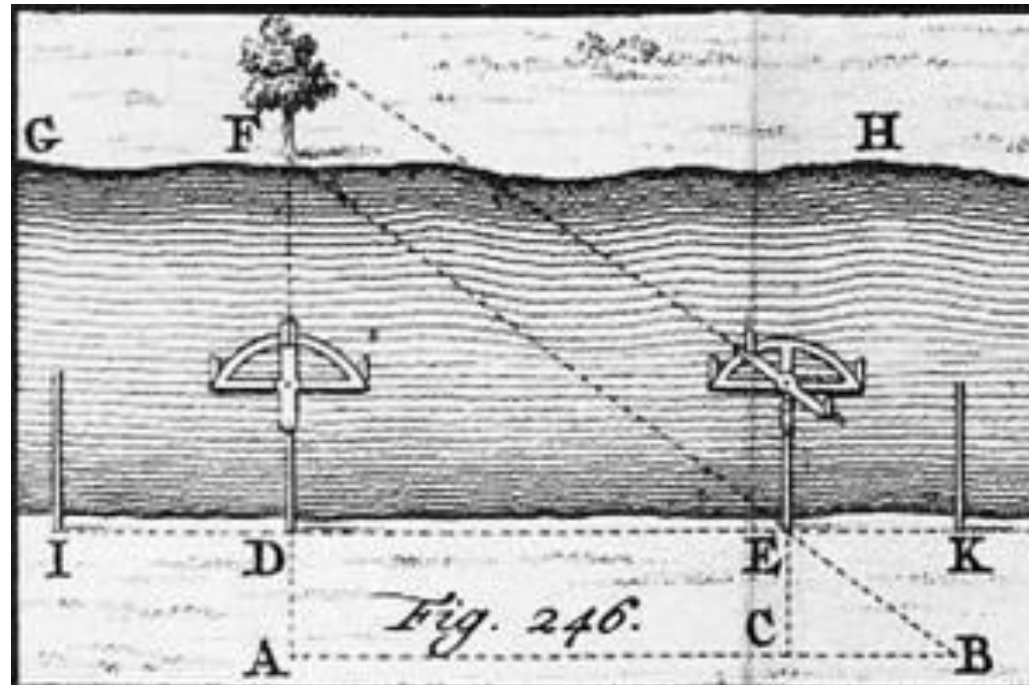


7. Absolute afstanden op Aarde (meestal triangulatie)

Met of zonder rechte hoek, via verhoudingen (*gelijkvormige driehoeken!*) of formules.

In ons geval is $\triangle DEF \sim \triangle CBE$. Bij de afstand tot de boom (DF) zien we

$DF : DE = EC : CB$ (de laatste drie liggen aan jouw kant van de rivier dus kun je opmeten.)



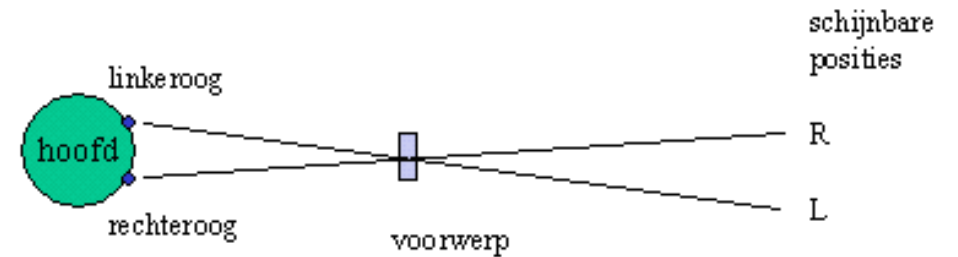
8. Absolute afstanden in de Sterrenkunde (meestal parallax)

Het meest bekende parallaxinstrument heb je letterlijk in eigen hand. Afhankelijk van de afstand van je duim tot je ogen zie je je duim meer of minder tegen de achtergrond verspringen.

Hetzelfde effect heb je kijkend vanuit rijdende voertuigen. Bomen, gebouwen, bergen verschuiven langzamer tegen de achtergrond naarmate ze verder weg staan.

De parallax is de verschilhoek waaronder je een object ziet vanuit twee verschillende posities en leidt tot een bijzondere vorm van triangulatie.

*6.1 De basislijn (in dit geval afstand tussen de ogen) is nl. klein t.o.v. de afstand van het object en tegen een verre achtergrond is dan de **tophoek** gemakkelijk te bepalen. Hoe dan?*



9. Rekenen aan de parallax

$$d = \frac{\frac{b}{2}}{\tan(\alpha/2)}$$

b: basislijn

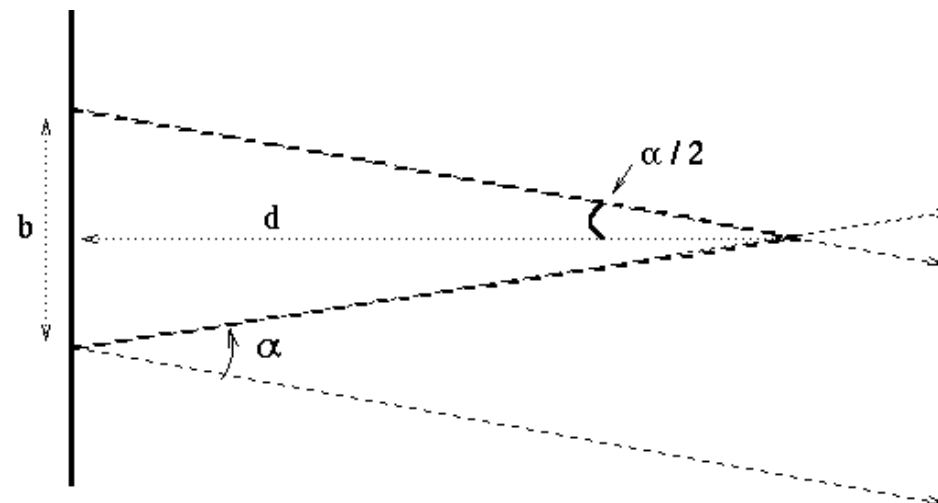
d: afstand

α : parallax (voor normale mensen)

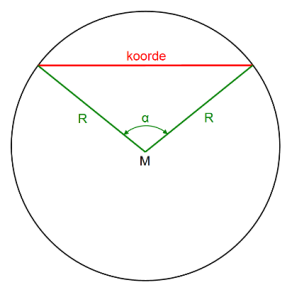
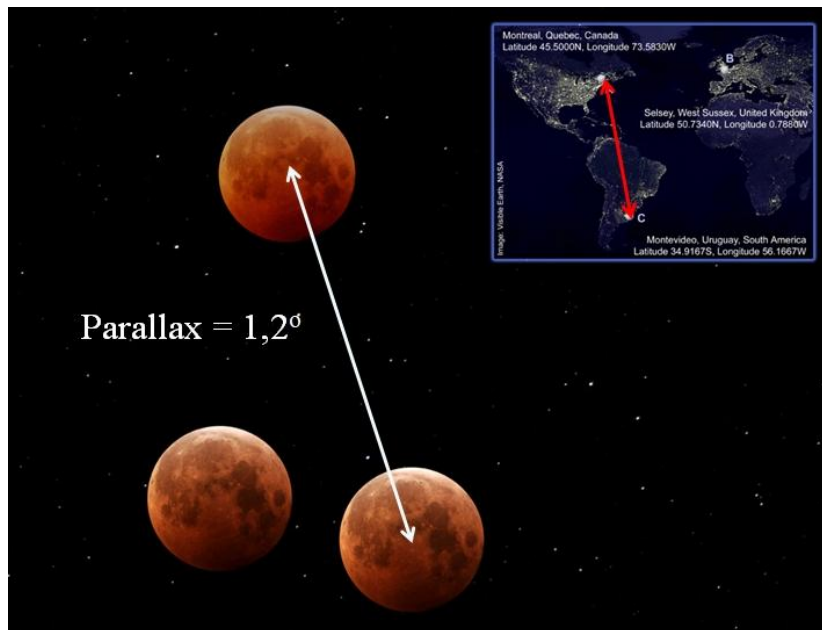
later gaan astronomen de halve hoek ($\alpha/2$) de parallax noemen. Ze hebben daar wel een (goede?) reden voor.

En als α klein is, is $\tan \alpha$ gelijk aan α in radialen

Dan is $d = (b/2) / (\alpha/2)$ (met α in radialen) ofwel $d = b / \alpha$



10. Maanparallax

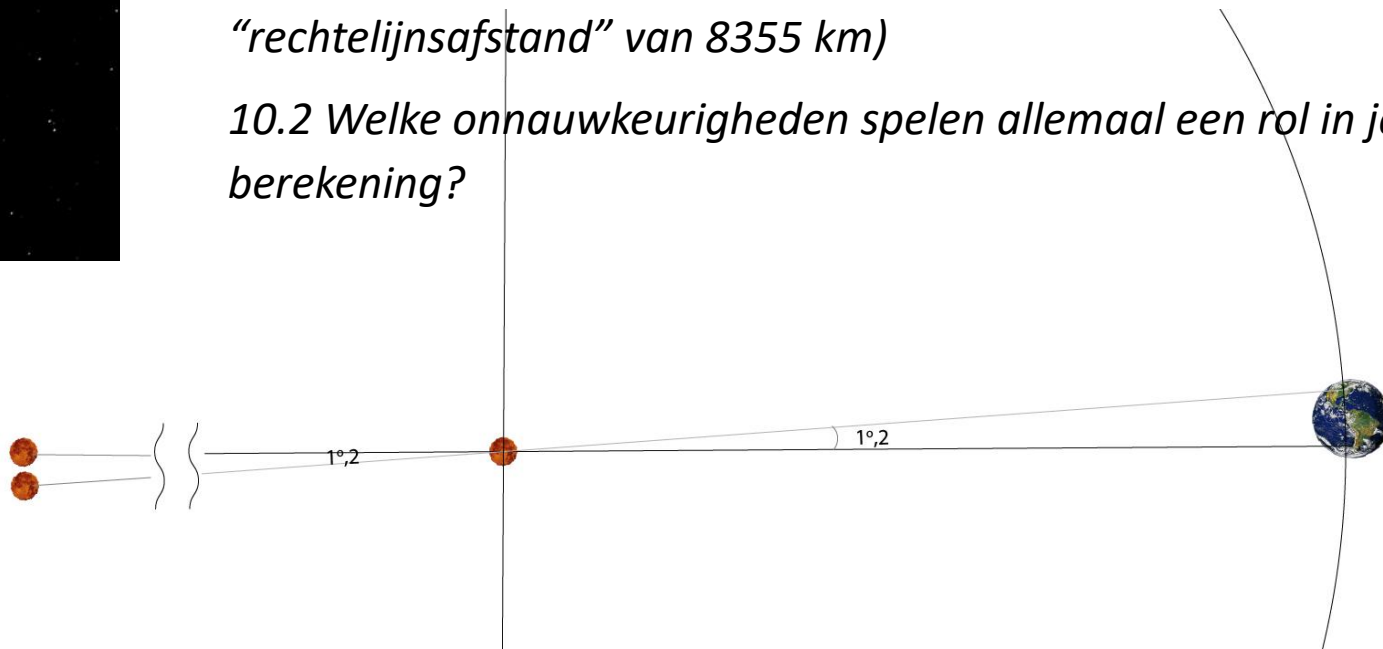


Tijdens een maansverduistering zijn op hetzelfde moment opnames gemaakt vanuit verschillende plaatsen in de wereld.

10.1 Hoe groot is de afstand tot de maan als je weet dat Montevideo en Montreal hemelsbreed 9104 km is.

(Met de koordenformule $Krd(\alpha) = 2R \sin(\alpha/2)$ kom je op een "rechtlijnsafstand" van 8355 km)

10.2 Welke onnauwkeurigheden spelen allemaal een rol in je berekening?



11. Afstanden in het zonnestelsel I

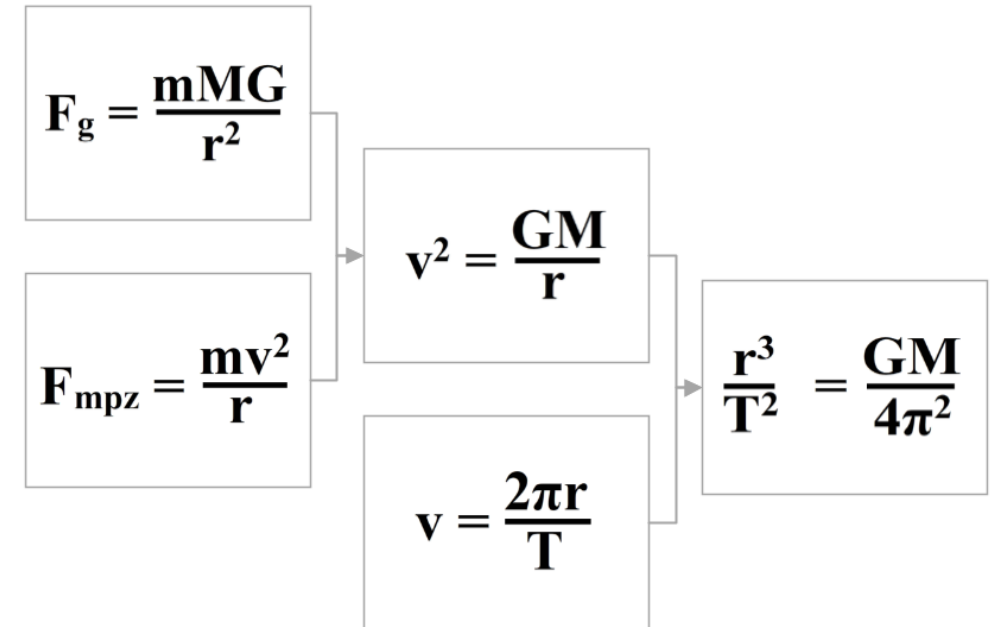
De derde wet van Kepler luidt: De kwadraten van de omlooptijden zijn evenredig met de derdemachten van de afstanden (lees halve lange as)

$$\frac{T^2}{a^3} = \text{constant}$$

Met “Newton en Huygens” vind je de grootte van die constante in het geval de massa **m** klein is t.o.v. **M**). Voor planeten t.o.v. de zon of manen t.o.v. hun planeet is dat het geval.

Officieel (als je ook rekening houdt met de aantrekkende kracht van **m**) wordt de formule

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G(M + m)}$$



11. Afstanden in het zonnestelsel II

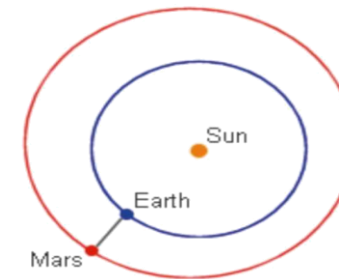
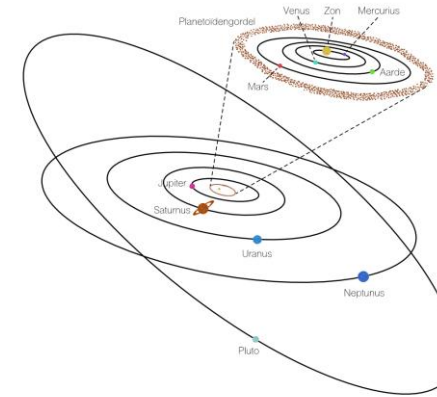
Met de derde wet van Kepler ken je het zonnestelsel op schaal als je de omlooptijden kent, alleen de schaal zelf is nog niet bekend. Omlooptijden van hemellichamen zijn gemakkelijk te meten en te berekenen. (zie kader)

Dat betekent dat wanneer je in het schaalmodel op een bepaald moment een afstand kent, je vervolgens alle afstanden eenvoudig kunt berekenen.

Cassini berekende de parallax van Mars uit metingen die hij samen met zijn assistent Richter uitvoerde tijdens de Mars-oppositie in augustus 1672.

11.1 Waarom stuurde hij Richter zo ver weg en deed hij de metingen tijdens oppositie?

Cassini vond als parallax tussen de posities gemeten vanuit Parijs en Frans Guyana een hoek van ongeveer 20 boogseconden.



$$\frac{1}{P_{syn}} = \frac{1}{P_i} - \frac{1}{P_o}$$

Met P_i de siderische omlooptijd van de binnenplaneet en P_o de omlooptijd van de buitenplaneet.

i of o is de aarde (omlooptijd 1 jaar)

Met de synodische omlooptijd van een planeet bekend, is dan de siderische omlooptijd van die planeet eenvoudig te berekenen. (Kun je dit ook zelf afleiden? Tip: start met hoeksnelheden.)





11. Afstanden in het zonnestelsel III

11.2 Als je weet dat de afstand tussen Frans-Guyana en Parijs 7216 km is (de koorde is dan 5666 km) hoe ver stond dan Mars af van de aarde tijdens die oppositie?

11.3 Hoe vergewisten Cassini en Richter zich ervan dat ze hun waarnemingen op hetzelfde moment deden? Nauwkeurige klokken kwamen er pas eeuwen later.

*11*4 En als je aanneemt dat de banen van Mars en de Aarde cirkelvormig zijn wat is dan de afstand Aarde – Zon? Klopt dat een beetje en weet je ook waarom niet? Kun je die uitkomst verklaren?*

De afstand Aarde – Zon wordt vaak als eenheid van afstand gebruikt en heet dan Astronomische Eenheid (afgekort AE of in het Engels AU).

Cassini vond $1 \text{ AE} = 21.700 \text{ Aardstralen}$, tegenwoordig denken we het iets beter te weten en hanteren we $23.477 \text{ Aardstralen}$ ofwel $1 \text{ AE} = 149.597.870.700 \text{ meter}$.

O ja, en de tijd tussen twee Mars opposities is gemiddeld 780 dagen!

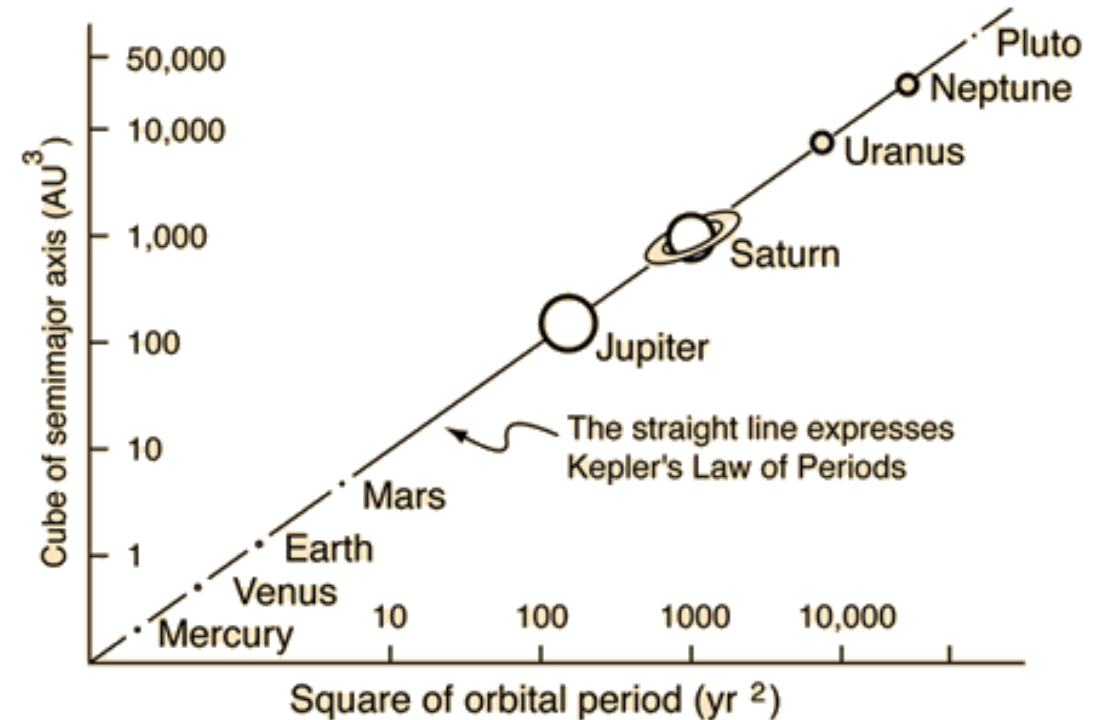
11. Afstanden in het zonnestelsel IV

In aardse eenheden (1 AE als afstand en 1 jaar als omlooptijd) kun je de afstand van de andere planeten (en andere objecten die om de zon draaien) gemakkelijk berekenen.

11.5 Want hoe groot is dan de constante in de derde wet van Kepler?

11.6 Kun je nu ook de diameters berekenen van planeten en de afstanden van hun manen?

Tegenwoordig kunnen we met radar de afstand tot de maan in mm's en die tot de planeten in cm's of de verder weg gelegen planeten in meters nauwkeurig meten.



12. Bonus: de snelheid van het licht

Toen de absolute afstanden binnen het zonnestelsel bekend waren kon Ole Rømer in 1676 de lichtsnelheid berekenen. Hoe hij dat deed schetst Rømer hiernaast met zijn originele tekening.

De maan Io draait om Jupiter in 42,5 uur. Telkens na 42,5 uur wordt dus ook Io door Jupiter (B) verduisterd (C) of komt weer uit de Jupiterschaduw tevoorschijn (D). Rømer vond verschillen tussen die tijden afhankelijk van de positie van de Aarde (F, G, L of K). Hij wistte die verschillen aan het verschil in reistijd van het licht.

Als de aarde Jupiter (B) nadert is de afstand Jupiter – Aarde in G korter dan in F waardoor de reistijd van het licht korter is geworden. Hij meet dus een omlooptijd die korter is dan 42,5 uur. Precies omgekeerd is de situatie in L en K. De reistijd van het licht wordt langer en dus lijkt ook de periode langer.

Ole Rømer vond een lichtsnelheid van ongeveer 220.000 km/sec

De huidige waarde is 299 792 458 meter per seconde. (Eigenlijk is nu de meter gedefinieerd als de afstand die het licht in vacuüm aflegt in $1/299\,792\,458$ sec.).

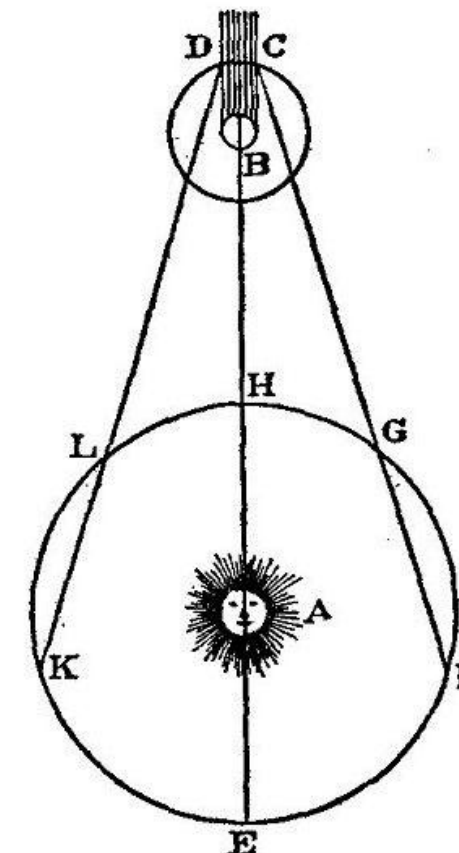


FIG. 70.

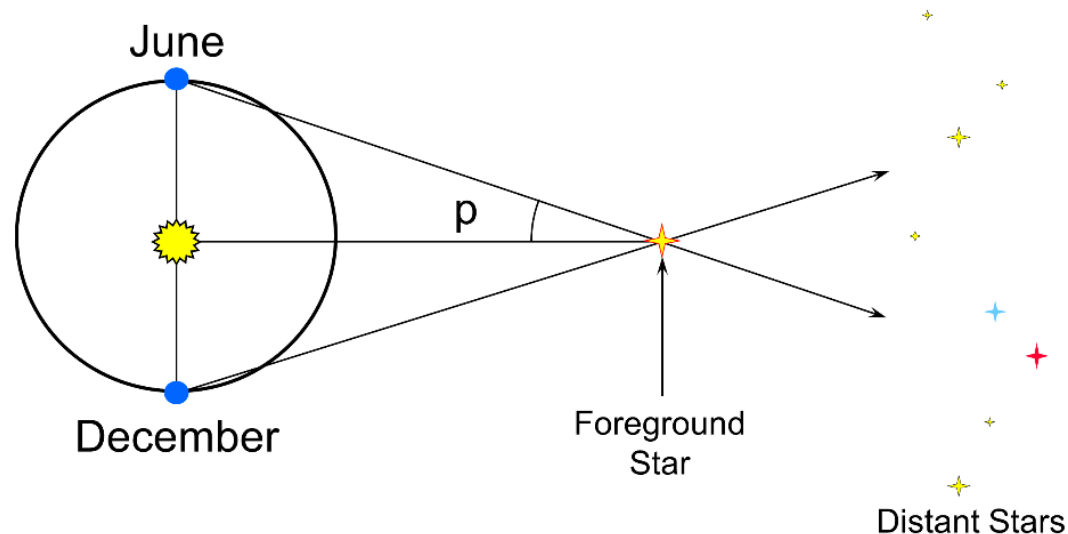
13. De Afstand tot de sterren

Was de parallax van Mars die Cassini en Richter maten al klein (20"), als we hetzelfde trucje willen toepassen voor de (dichtstbijzijnde sterren) komen we op zulke kleine hoeken uit dat ze zeker toen zeer moeilijk te meten waren.

13.1 Hoe groot is de verschilhoek waaronder je de dichtstbijzijnde ster zien (ongeveer 4 lichtjaar) vanaf de beide polen?

Astronomen hebben daar het volgende op gevonden:

Analoog aan het voorbeeld van de rijdende trein waarbij verder weg staande voorwerpen langzamer voorbijkomen, draait de Aarde rondjes om de Zon en legt daarbij enorme afstanden af. Misschien staan de dichtstbijzijnde sterren dan wel dicht genoeg bij om te zien dat ze zich tegen de verre achtergrond te verplaatsen. En dat klopt.



N.B. Met de Astronomische eenheid als basis voor afstandsmetingen werd de (stellaire) parallax gedefinieerd als de hoek p waaronder je vanaf het object een afstand van 1 AE ziet.

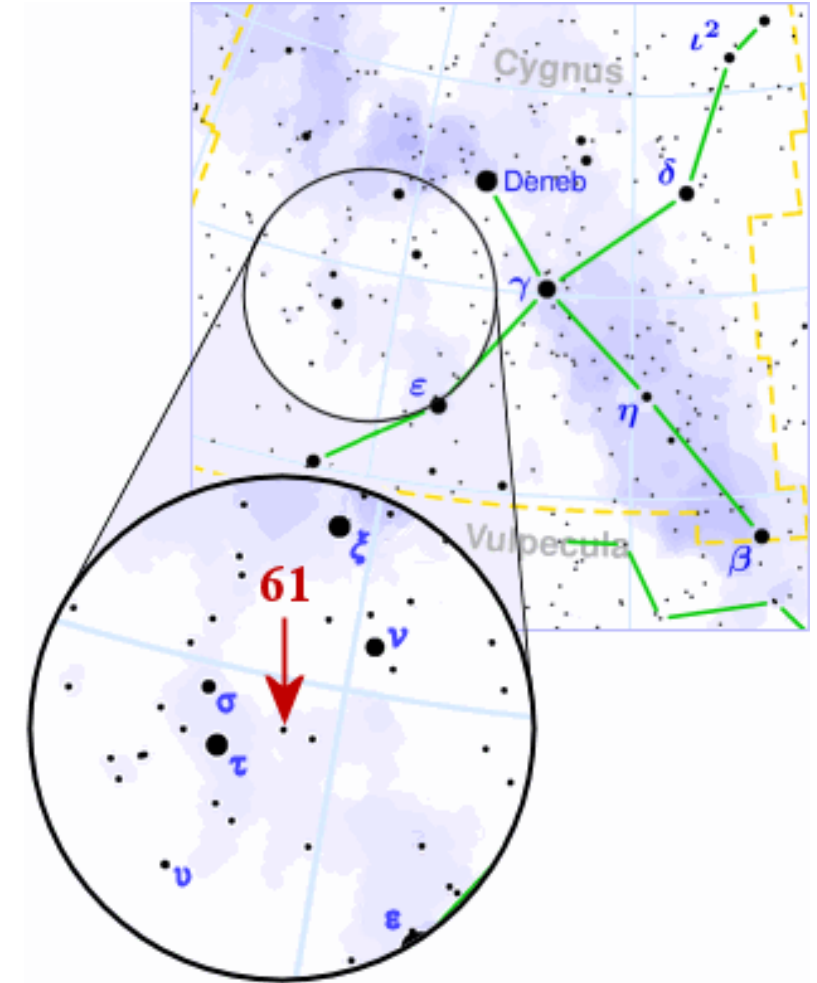
14. Bessel meet de eerste afstand tot een ster

In 1835 (dus meer dan anderhalve eeuw later dan Cassini de parallax van Mars mat!) berekende Bessel uit positiebepalingen van 61 Cygni dat de parallax 0,3 boogseconden bedroeg.

14.1 Kun je nu uitleggen waarom de maximale verschilhoek het dubbele is van de zo gedefinieerde parallax?

14.2 Bereken de afstand tot 61 Cygni uit de metingen van Bessel.

14.3 Waarom denk je dat Bessel zo'n onooglijk sterretje uit koos om de parallax te meten. Het is ternauwernood (of niet) met het blote oog te zien ($m = 6$)?



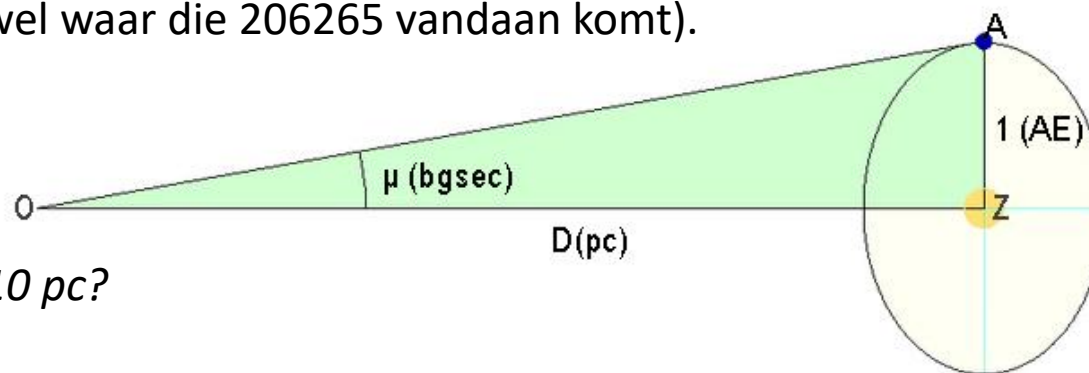
15. De parsec

Is de AE (Astronomische Eenheid) een handzame maat voor afstanden binnen ons zonnestelsel, voor de afstanden tussen de sterren is ie te klein.

Daarom is de **parsec** ingevoerd. Parsec staat voor parallaxseconde en is gedefinieerd als de afstand waaronder je één astronomische eenheid ziet onder een hoek van één boogseconde.

1 parsec (afgekort pc) = 206265 AE (Je snapt natuurlijk wel waar die 206265 vandaan komt).

$$\text{Dus: } D \text{ (in pc)} = \frac{1 \text{ (AE)}}{\mu \text{ (in bgsec)}}$$



15.1 Wat is de parallax van een ster op 2 parsec? En op 10 pc?

15.2 Hoeveel lichtjaar is een parsec?

(Neem voor de lichtsnelheid 300.000 km/sec en voor de AE 150.000.000 km, in standaardeenheden: $c = 3 \cdot 10^8$ m, $1 \text{ AE} = 1,5 \cdot 10^{11}$ m)

N.B. Gaia is in staat om parallaxen te meten met een nauwkeurigheid van 24 microarcsec (μas) voor objecten helderder dan magnitude 15!



16. Bereken de afstand van Wega

Hiernaast zie je de baan die Wega aan de hemel beschrijft op basis van waarnemingen van de Hipparchos satelliet.

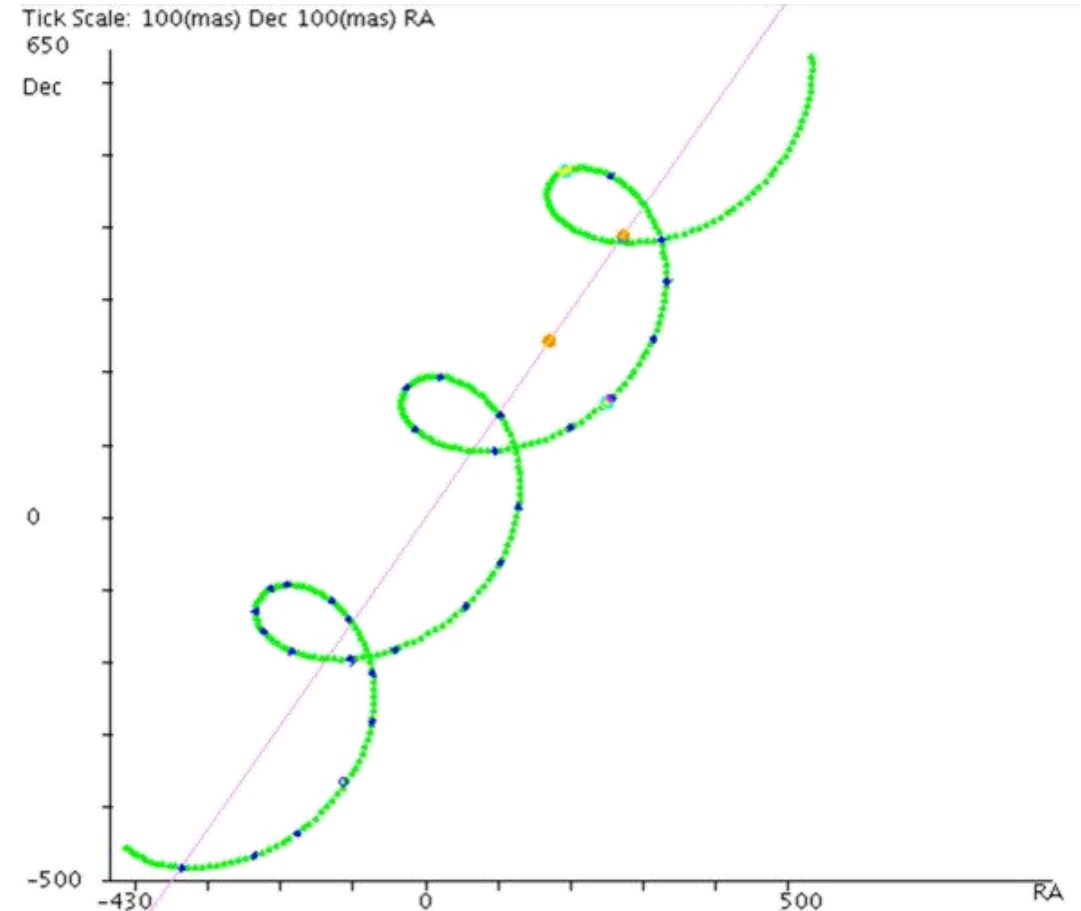
16.1 Verklaar waarom die baan er zo uit ziet.

Hoe kun je hier de parallax van Wega uithalen?

Bereken de afstand tot Wega (bij benadering).

16.2 Hoe snel beweegt Wega aan de hemel t.o.v. de zon? (het gaat om de tangentiële snelheid ofwel de snelheid loodrecht op de richting Zon – Wega)

Toelichting bij de grafiek: 1 mas = 1 milliarcsec = 0,001 boogseconde



Recapitulatie Les 2 II

Sterren staan veel verder weg dus grotere basislijn nodig:

De (ster)parallax p wordt gedefinieerd als de hoek waaronder je vanaf de ster de halve lange as van de aardbaan zou zien.

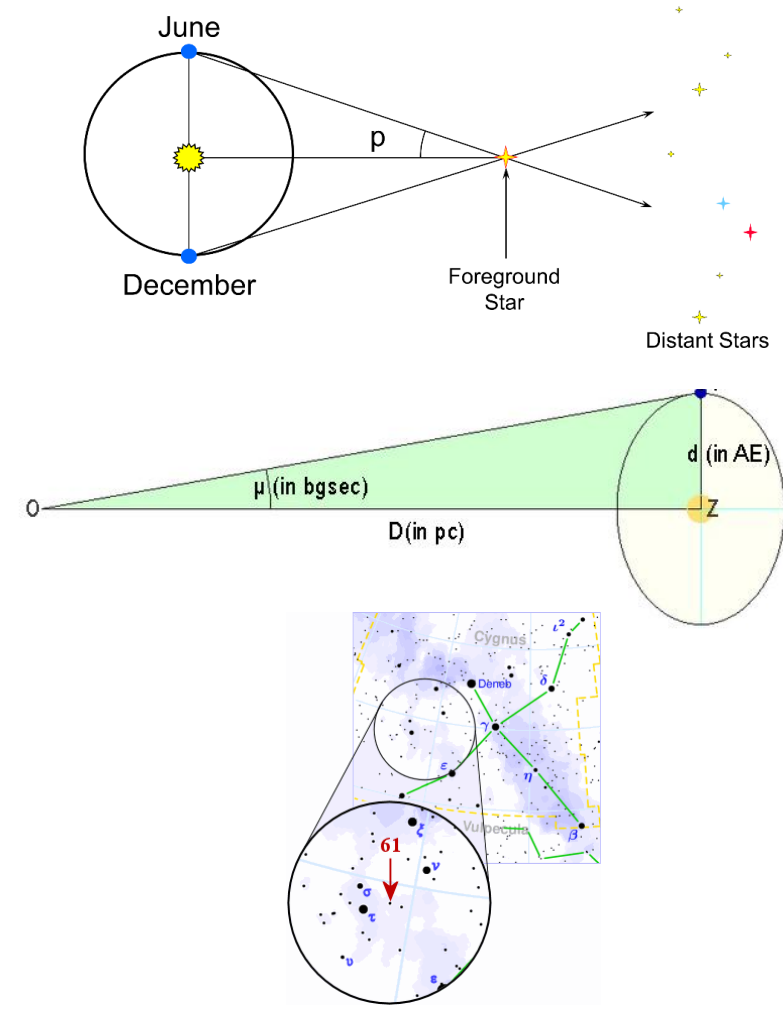
De parsec (pc) wordt de afstandseenheid:

De afstand waaronder je 1 AE ziet onder een hoek (μ) van 1 boogseconde = 206.265 AE.

Bessel 1835:

basislijn $3 \cdot 10^8$ km, parallax 0,3 bgsec!, 61 Cygni 10,9 lj

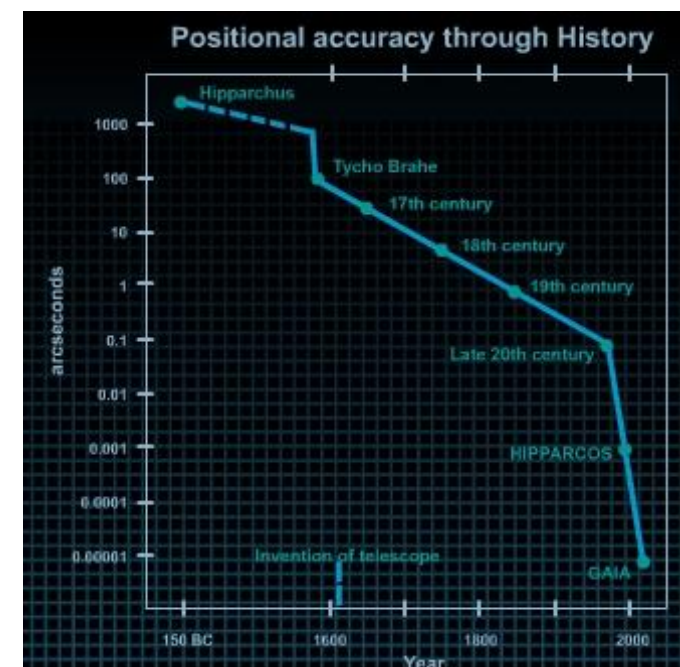
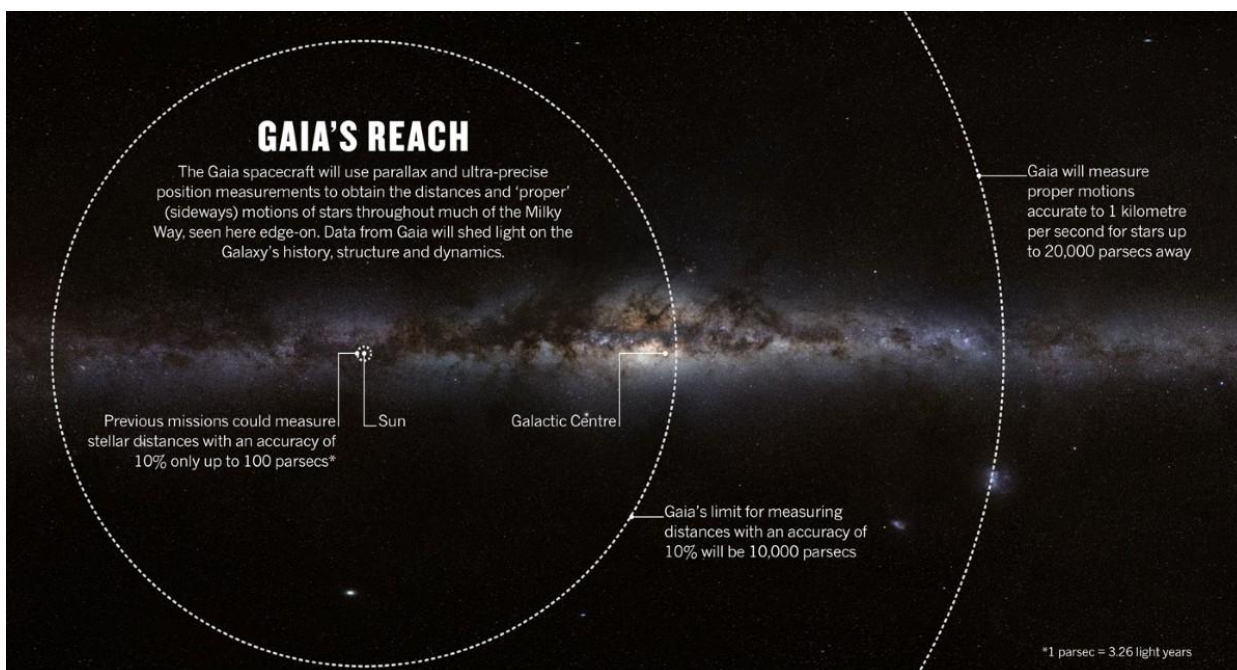
Bereik methode (voor Gaia) ~ 100 pc



17. Gaia meet parallaxen tot op 10 Kpc

Gaia heeft inmiddels van meer dan een miljard sterren positie, afstand, snelheid en helderheid gemeten met uiterste precisie.

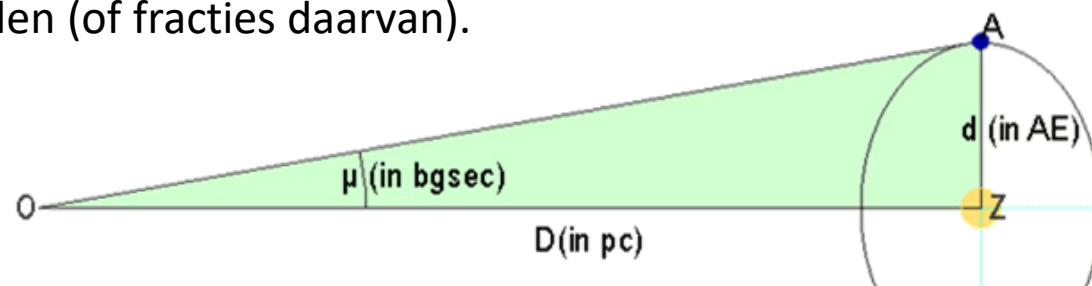
Afstanden tot op 10 Kpc kunnen tot op 10% nauwkeurig worden berekend.



18. Speciale parallaxmethoden

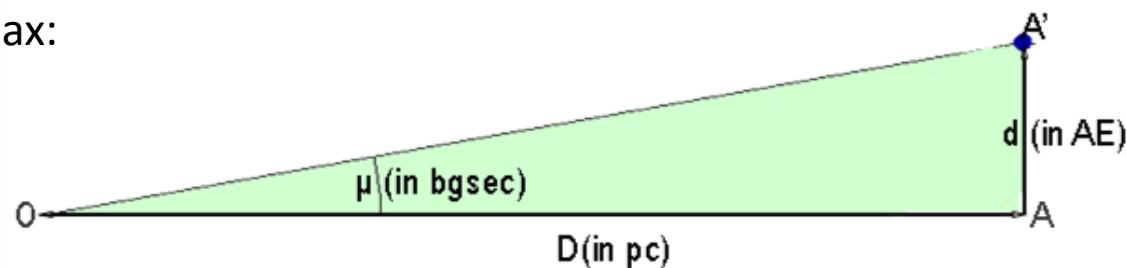
Naast de gewone parallaxmethode (waar we de beweging van de aarde om de zon gespiegeld zien) zijn er nog andere methodes om absolute afstanden te meten.

Bij de gewone parallax weten we dat de diameter van de bewegingsellips een halve lange as heeft van 1 AE en kunnen we die aan de hemel meten in boogseconden (of fracties daarvan).



Bij de parallaxen waar we het hier over hebben gaan het niet over dit “verschilzicht” maar weten we via een andere route een bepaalde *hoekmaat* μ om te zetten in een *absolute afstand* d ter plekke van het object. De afstand tot het object zelf is dan net als bij de parallax:

$$D = \frac{d}{\mu}$$



De oudste van die andere methodes is de dynamische of cluster-parallax.



Zoals we bij Wega gezien hebben bewegen sterren t.o.v. de zon aan de hemel. Clusters van sterren (open sterhopen of bolhopen) bewegen als een geheel in een bepaalde richting.

In het diagram zie je de eigen beweging van een aantal sterren uit de Hyaden (een bekende open sterhoop) met de constructie van het verdwijnpunt.



19. De dynamische of clusterparallax II

Als we de positie van het verdwijnpunt weten kunnen we daarmee ook de hoek tussen verdwijnpunt en huidige positie berekenen.

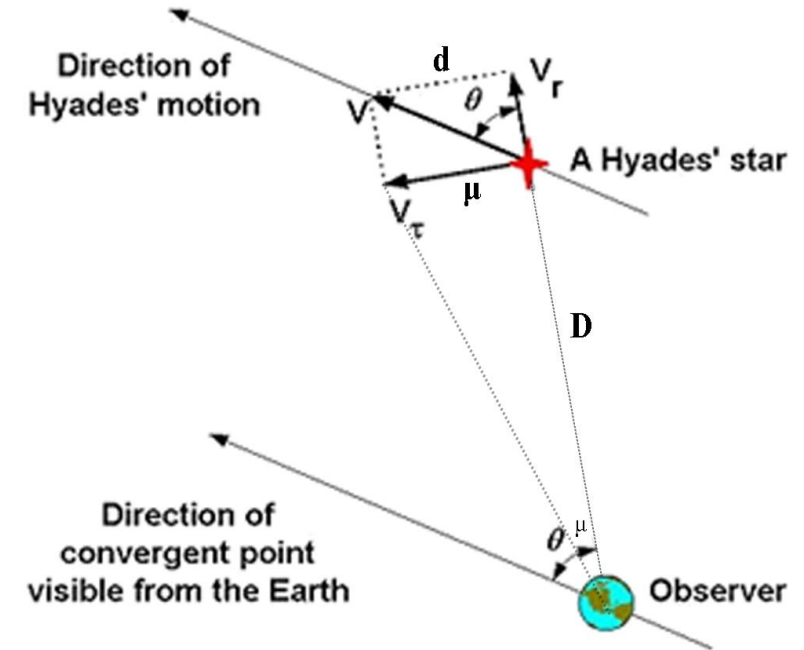
Maar als we die hoek weten kunnen we de ruimtelijke snelheid ontbinden in een tangentiële (V_t) en een radiële component (V_r).

De radiële snelheid berekenen we uit het Doppler effect. We weten dan ook de tangentiële snelheid (V_t) in km/sec. Die snelheid is al bekend in boogseconden per jaar (μ). En als je weet hoe groot een bgsec op die afstand is in km kun je ook de afstand berekenen (Zie ook § 18, let op de lettertjes).

In formule:

$$D = \frac{d}{\mu} = \frac{\left(\frac{V_r \cdot \tan \theta}{4,74}\right)}{\mu}$$

(D in pc, V_r in km/sec en μ in bgsec/jr)



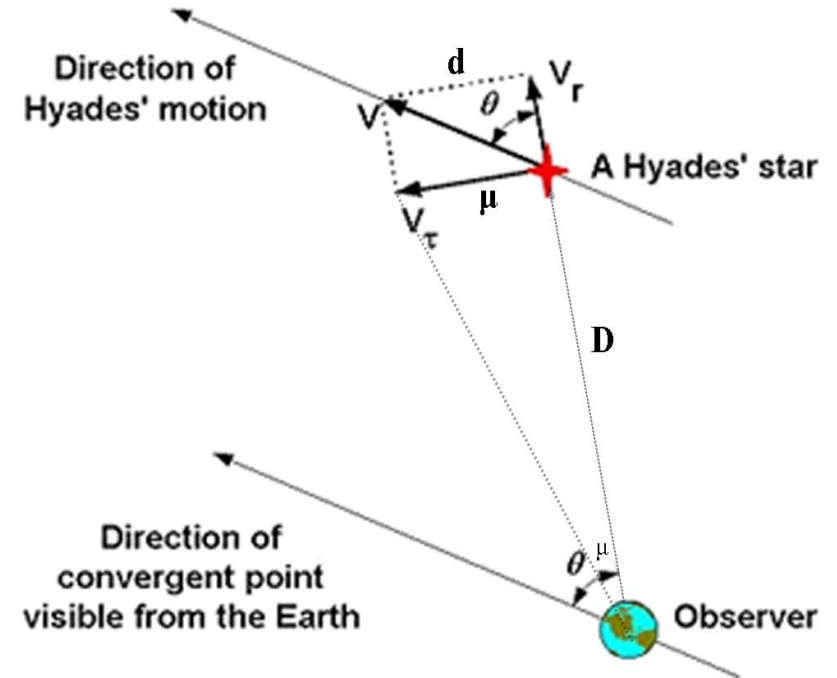
19. De dynamische of clusterparallax III

19.3 Bepaal de afstand tot de Hyaden.

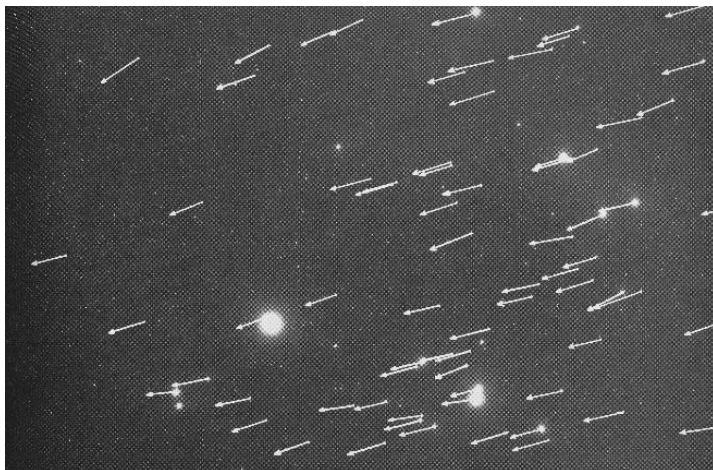
De Hyaden hebben gemiddeld een Eigen Beweging van 0,12 bgsec per jaar en een radiële snelheid van 40 km/sec). Het hart van de cluster ligt op 33° van het verdwijnpunt.

$$D = V_r \cdot \frac{\tan \theta}{4,74 \mu}$$

(D in pc, V_r in km/sec en μ in bgsec/jr)



Clusterparallaxen gemeten in Leiden



Bijna gedurende de hele twintigste eeuw zijn er opnamen gemaakt van de Hyaden en de Plejaden. In het onderzoek naar beweging, interne structuur en samenstelling van de clusters is over tientallen jaren de Eigen Beweging van veel individuele sterren gemeten op grond waarvan de afstand bepaald kon worden.



Satellieten zoals Hipparcos en Gaia hebben deze methode overbodig gemaakt omdat zij met grote precisie direct de parallax konden/kunnen meten.

THE PLEIADES
an astrometric and photometric study of an open cluster

proefschrift

ter verkrijging van de graad van Doktor
in de Wiskunde en Natuurwetenschappen
aan de Rijksuniversiteit te Leiden,
op gezag van de Rector Magnificus Dr. A.A.H. Kassenaar,
hoogleraar in de Faculteit der Geneeskunde,
volgens het besluit van het College van Dekanen
te verdedigen op donderdag 26 mei 1983
te klokke 15.15 uur

door

Floor van Leeuwen
geboren te Amsterdam in 1952

Sterrewacht Leiden
Royal Greenwich Observatory, U.K.

1983
Beugelsdijk Leiden B.V.

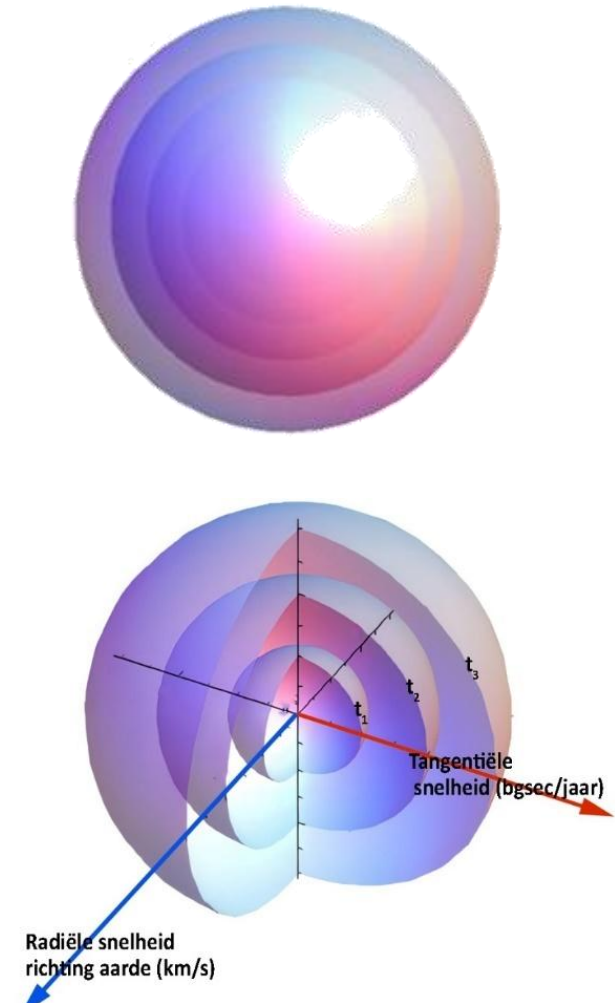
20. De uitdijingsparallax

Weer een andere methode is de uitdijingsparallax. Het principe is simpel. Van een (gelijkmatig) uitdijend object meet je in de kijkrichting de radiële snelheid in km/s en in de richting daar loodrecht op de tangentiële snelheid in hoekmaat. Die twee stel je aan elkaar gelijk.

20.1 Op welke objecten zou je deze methode kunnen toepassen?

Nog een andere absolute methode zou je een gelegenheidsparallax kunnen noemen omdat we gebruik maken van een toevallige situatie om de afstand te meten. In ons geval wordt dat de afstand tot de Grote Magelhaense Wolk.

Dat is pas een afstand, dat lukt zelfs Gaia niet. Jullie wel, let maar op.



21. Opdracht: Bepaal de afstand tot de Grote Magelhaense Wolk

Een (ingekort) sterrenkundig practicum van ESA

In 1987 verscheen in de Grote Magelhaense Wolk (GMW) een supernova: SN1987A.

Er zijn twee soorten supernovae, type I komt later aan de orde, maar hier gaat het over een supernova van type II: een zware ster die op spectaculaire wijze aan haar eind komt.

De snelheid van de uitgestoten materie kan wel 10^7 m/s (3% van de lichtsnelheid) bedragen. De uitdijende schil van stermaterie blijft duizenden jaren zichtbaar, maar zal uiteindelijk vervagen.

Zo'n zichtbaar overblijfsel van een supernova wordt een supernovarest genoemd. In het centrum van de supernovarest vinden we de kern van de oorspronkelijke ster, nu een neutronenster of zwart gat. Alle supernovae stralen heel kort erg fel: hun lichtkracht is vergelijkbaar met die van miljarden zonnen. Ze behoren hoogstwaarschijnlijk tot de meest intense lichtbronnen in het heelal. Hierdoor zijn ze ook op grote afstanden zichtbaar.

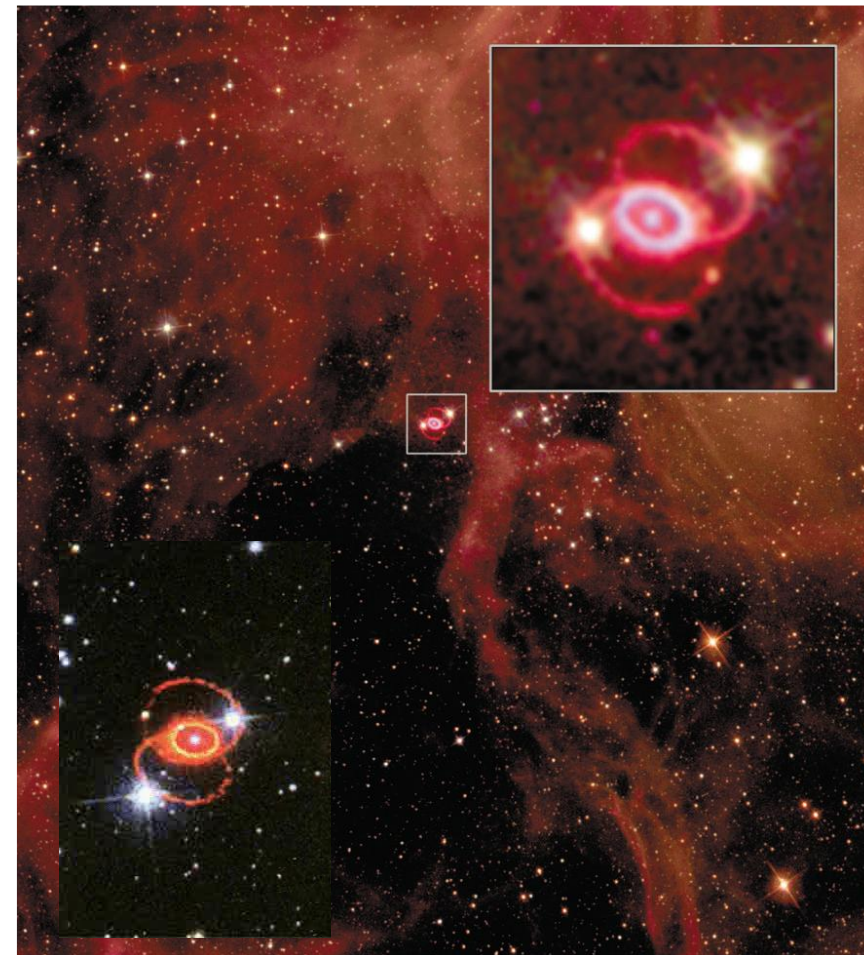




De ring I

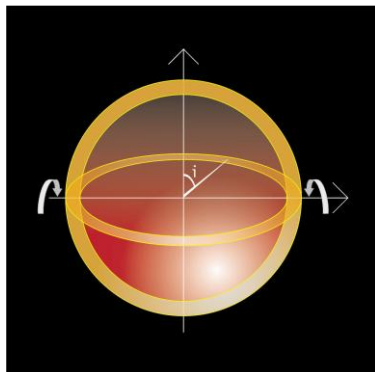
De Hubble-ruimtetelescoop van NASA/ESA werd in 1990 gelanceerd. Hierdoor konden met de ESA's Faint Object Camera (FOC) van deze telescoop pas 1278 dagen na de explosie de eerste opnamen van SN 1987A worden gemaakt. Maar zelfs 'Hubble' had moeite om de nog verse restanten van de geëxplodeerde ster in beeld te brengen.

Op de opnamen van de supernova zijn drie cirkelvormige structuren te zien. In deze opdracht kijken we alleen naar de centrale ring. De rand van deze ringvormige nevel is te ver van de supernova verwijderd om bij de explosie van de ster te zijn ontstaan. De ring moet al eerder zijn gevormd, waarschijnlijk doordat de stervende ster in de afgelopen duizenden jaren al een deel van zijn buitenlagen heeft weggeblazen. Het is nog onduidelijk waarom daarbij zo'n mooie, scherp begrensde ring is ontstaan, maar hij is er nu eenmaal. Het gas in de ring is gaan gloeien toen hij werd verlicht door een flits van ultraviolette straling die door de supernova werd uitgezonden.





De ring II

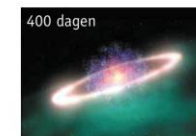


We zullen er hier van uitgaan dat de ring een volmaakte cirkel is, die een bepaalde hoek maakt met de gezichtslijn die supernova en aarde met elkaar verbindt. Daardoor zien we geen cirkel, maar een ellips. Als de ring loodrecht op de gezichtslijn zou staan, zouden alle delen van de nevel tegelijkertijd opgelicht moeten zijn toen de lichtflits van de supernova hem bereikte.

Maar in werkelijkheid lichtte het meest nabije deel van de ring het eerst op, waarna geleidelijk ook de verder weg gelegen delen in beeld kwamen (het licht van de 'achterkant' van de ring doet er door de grotere afstand immers langer over om ons te bereiken dan dat van de 'voorkant'). In werkelijkheid werden alle delen van de ring natuurlijk gelijktijdig verlicht. Omdat het gas bleef nagloeien, bereikte de ring zijn maximale helderheid op het moment dat hij compleet was. Dit gegeven kunnen we gebruiken om de afstand tot SN 1987A te berekenen.

21.1 Heb je enig idee hoe we dat kunnen gaan doen?

Een manier om de hoekmaat van de ring te weten te komen is niet zo moeilijk maar waar halen we een absolute maat voor de diameter van de ring (b.v. in km's) vandaan?

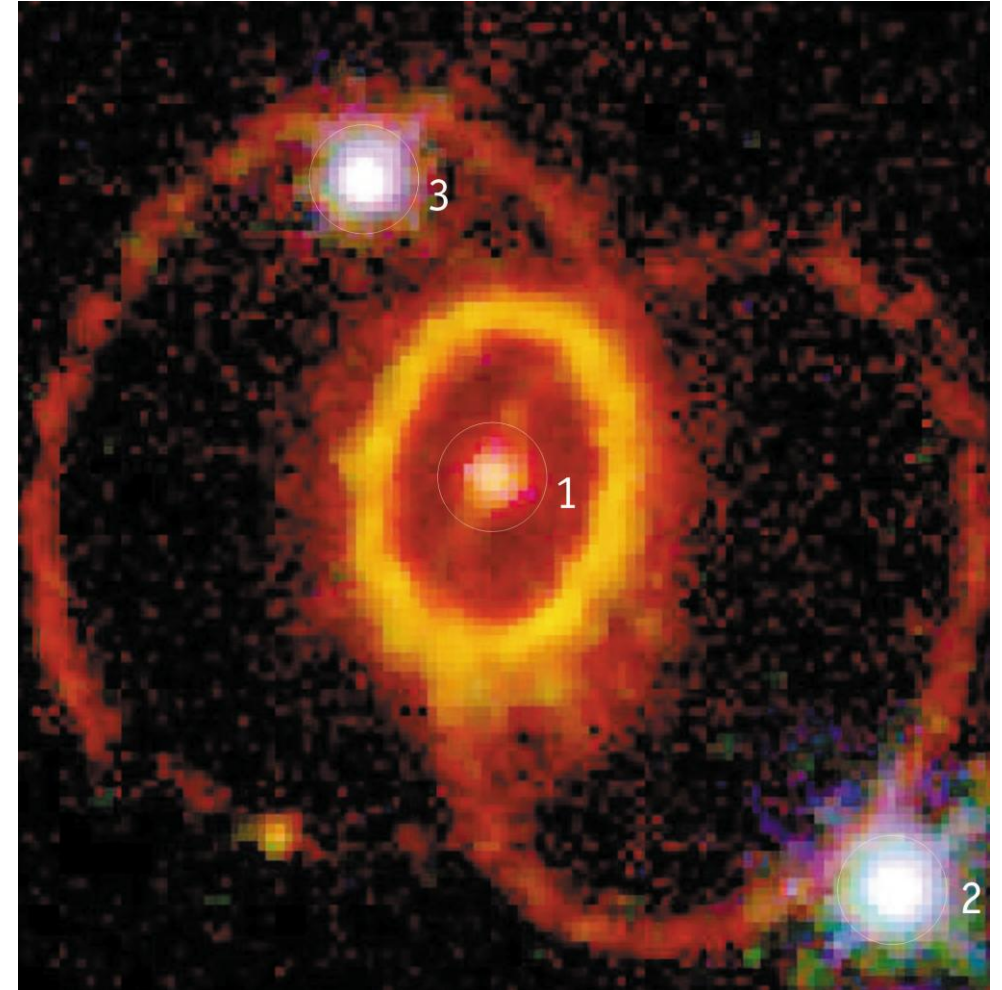


De ring III

In de foto hiernaast zijn 3 sterren genummerd, de neutronster (als restant van de supernova) en twee sterren in de buurt. Van die sterren is de onderlinge afstand in boogseconden gemeten. Hieruit kun je de schaal van de foto berekenen en dus ook de hoekmaat (in boogseconden) van de diameter van de ring.

	Afstand (mm)	Afstand (bgsec)	Schaal (bgsec/mm)
Ster 1-2		3,0	
Ster 1-3		1,4	
Ster 2-3		4,3	

*21.2 Wat is nu de diameter van de ring in bgsec?
En in radialen?*



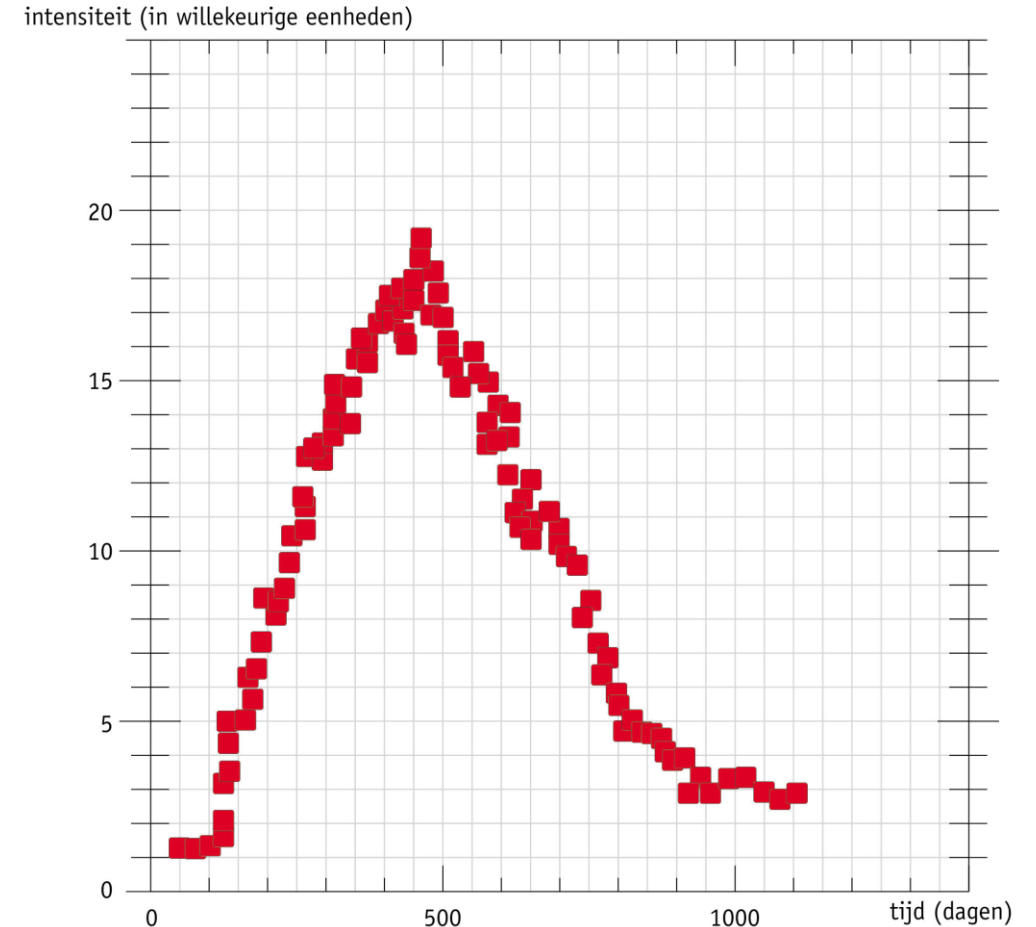


De ring IV

Heb je al een idee hoe je de diameter van de ring in absolute afstand kunt berekenen?

Je hebt gezien dat het licht van het voorste deel van de ring ons eerder bereikt dan het achterste deel. Dat tijdsverschil ontstaat doordat het licht van het achterste deel een grotere afstand moet afleggen. Het verschil in tijd is natuurlijk het verschil in afstand gedeeld door de lichtsnelheid. Het verschil in tijd kunnen we meten door te kijken naar de helderheidskromme van de ring in de loop van de tijd. Als de lichtflits van de explosie de ring nog niet bereikt heeft is die op zijn laagst en wanneer de ring helemaal verlicht is, het hoogst.

21.3 Wat is het tijdsverschil? Welke afstand hoort daar bij?



De ring V

In de figuur hieronder is schematisch de situatie weergegeven. AB staat voor de werkelijke diameter van de ring waarbij A de voorkant en B de achterkant aangeeft.

21.4 Kun je de afstand die je in 21.3 gevonden hebt, aangeven in het diagram hieronder (m.a.w. welke letters horen erbij)?

21.5 De lijn $A'B'$ kun je ook terugvinden in de detailfoto. Zou je die in de foto kunnen markeren?

21.6 De goniometristen mogen hoek i uitrekenen en zo de echte lengte van AB bepalen. De doeners mogen een tekening van de situatie bij SN1987A op de juiste schaal maken en van daaruit berekenen hoe groot de afstand AB in werkelijkheid is.





De afstand tot SN1987a en dus ook de GMW

Je hebt nu voor de diameter van de ring zowel een maat in km's als in radialen. Dat stelt je in staat om heel eenvoudig de afstand tot de Supernova, en dus de Grote Magelhaense Wolk, uit te rekenen.

21.7 Wat is die afstand in km, lichtjaren, kiloparsec (Kpc)?

21.8 Hoe goed klopt dat met de literatuurwaarden?

Wijkt je antwoord minder dan 20% af van de literatuurwaarden dan heb je een prima prestatie geleverd!

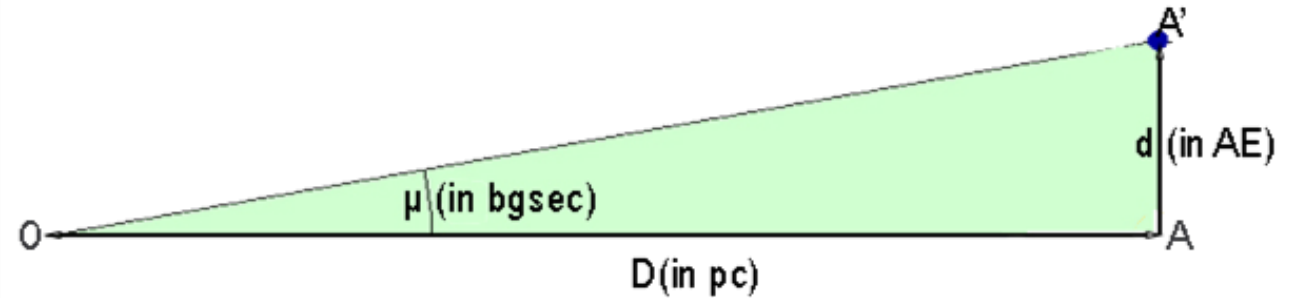
21.9 Kun je aangeven waar mogelijke oorzaken liggen voor die afwijkende waarde en welk effect die hebben op de uitkomst (afstand te groot of te klein)?

Natuurlijk is de afstand tot de GMW al langer bekend maar die was berekend via een relatieve methode waar we in de volgende paragraaf kennis mee gaan maken.

Deze gelegenheidsparallax zorgt wel voor een mooie extra ijking!

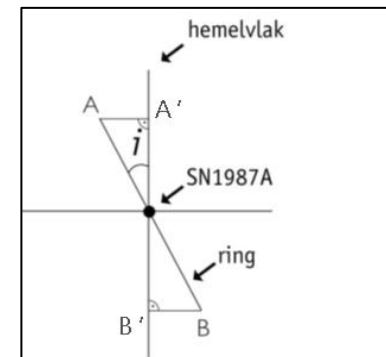
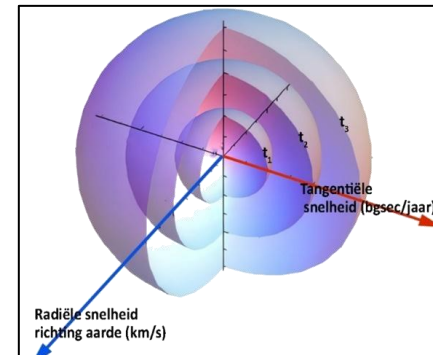
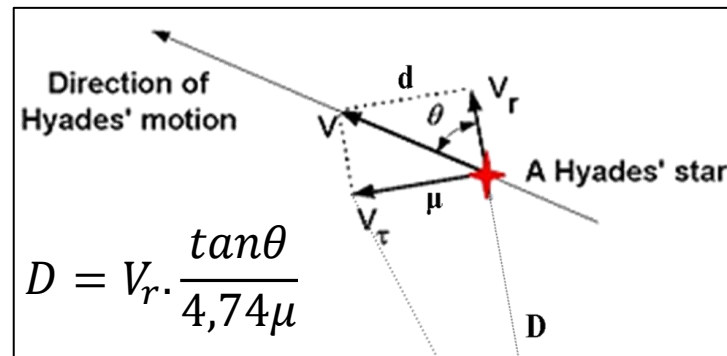
Recapitulatie Les 3 I

$$D = \frac{d}{\mu}$$



Ook als je via een andere route dan de sterparallax een *hoekmaat* μ weet om te zetten in een *absolute afstand* d ter plekke van het object kun je op dezelfde manier de afstand tot dat object berekenen. We noemen ze ook parallaxen (hoewel het natuurlijk niets meer met “verschilzicht” te maken heeft). Bv:

- Clusterparallax
- Uitdijingsparallax
- Gelegenheidsparallax



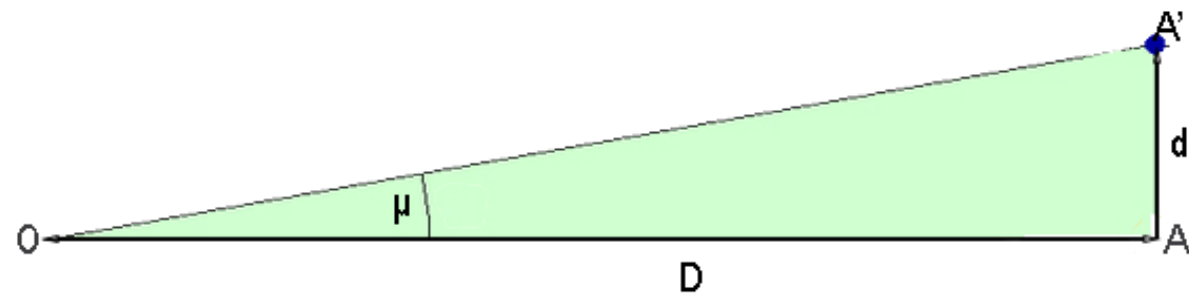
Recapitulatie Les 3 II

$$D = \frac{d}{\mu}$$

Dimensie d: lengte (bepaalde eenheid, b.v. km)

Dimensie μ : rad (getal)

Dimensie D: lengte/getal=lengte (zelfde eenheid als d)



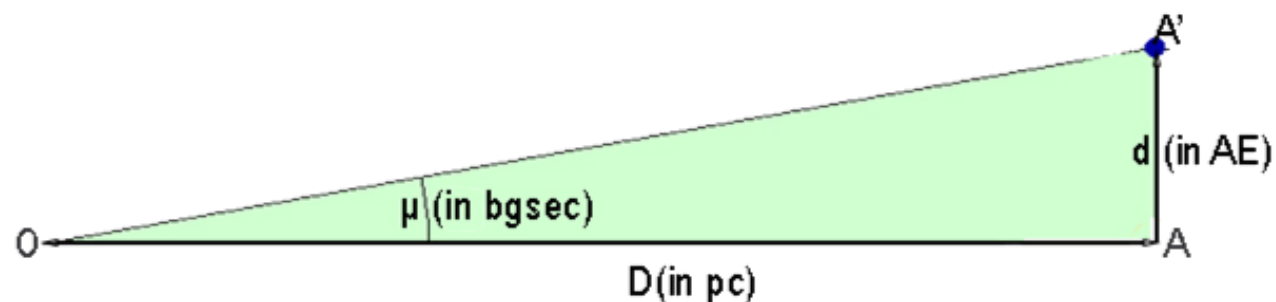
$$D(pc) = \frac{d(AE)}{\mu(bgsec)}$$

Dimensie d: lengte (eenheid AE (=150.000.000 km))

Dimensie μ : bgsec (=1/206.265 (rad))

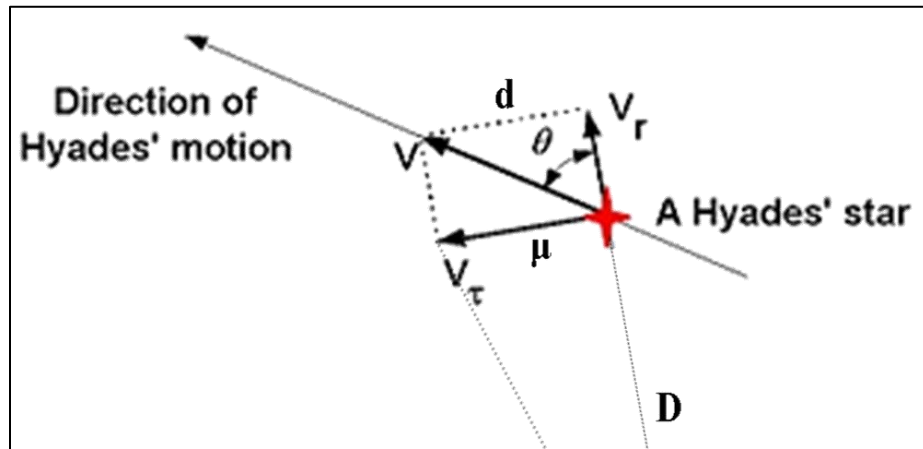
Dimensie D: lengte/getal=lengte (eenheid

206.265x150.000.000 km = 206.265 AE = parsec)



Recapitulatie Les 3 III

$$D(pc) = \frac{d(AE)}{\mu(bgsec)}$$



Als we D in pc willen uitdrukken moeten we in de teller(d) een afstand in AE hebben en in de deler een uitdrukking in bgsec (μ). We kennen μ in bgsec per jaar, dus laten we de snelheid (V_τ) uitrekenen in AE per jaar.

Laten we dimensies en eenheden voor de duidelijkheid meenemen, en V_r noteren als $v_r \cdot \frac{km}{sec}$ dan

$$\begin{aligned} V_\tau &= v_r \cdot \tan\theta \cdot \frac{km}{sec} = v_r \cdot \tan\theta \cdot \frac{AE}{jr} \cdot \left(\frac{jr \cdot km}{AE \cdot sec} \right) = \\ &= v_r \cdot \tan\theta \cdot \frac{AE}{jr} \cdot \left(\frac{31.556.926 sec \cdot km}{149.597.871 km \cdot sec} \right) = v_r \cdot \tan\theta \cdot \frac{AE}{jr} \cdot \left(\frac{1 sec \cdot km}{4,74 km \cdot sec} \right) \end{aligned}$$

De in een jaar afgelegde afstand is

$$d = V_\tau jr = \frac{v_r \cdot \tan\theta}{4,74} AE$$

met als hoekmaat μ bgsec en dus

$$D(pc) = \frac{d(AE)}{\mu(bgsec)} = \frac{v_r \cdot \tan\theta / 4,74 (AE)}{\mu(bgsec)}$$

$$\text{Kortweg genoteerd als } D = \frac{V_r \tan\theta}{4,74 \mu}$$



22. Methodes om relatieve afstanden te bepalen I

Met Gaia kunnen we nu met een redelijke mate van nauwkeurigheid absolute afstanden meten tot pakweg 30.000 lichtjaar. Daarvoor was dat een paar honderd lichtjaar (natuurlijk m.u.v. SN1987A) .

Alle volgende methodes waarmee we (grotere) afstanden kunnen meten zijn relatieve methodes d.w.z. dat we aan de basis objecten moeten hebben waarvan we via een eerdere methode (absoluut of relatief) de absolute afstand al bepaald hebben.

De methode werkt voor objecten die een standaard eigenschap hebben die onafhankelijk is van de afstand maar waarvan wel de waarneming door de afstand beïnvloed wordt.

Het meest simpele voorbeeld in ons dagelijkse leven is grootte. Objecten die verder weg staan lijken kleiner dan een soortgelijk object dat dichtbij is. De mate waarin ze kleiner lijken is een maat voor de verhouding van de afstanden. (Vergelijk schepen en kerktorens op het schilderij in het begin).

Een ander voorbeeld is de hoeveel licht: de straatlantaarns langs onze wegen bijvoorbeeld.

22.1 Hoeveel verder staat zo'n object weg dat 2 x kleiner lijkt dan een ander?

22.2 En hoeveel een object dat 2x minder licht lijkt te geven dan een ander?

22. Methodes om relatieve afstanden te bepalen II

Hoewel in de Sterrenkunde beide varianten (grootte en hoeveelheid licht (of algemener: straling, energie) gebruikt worden, is de laatste variant de meest toegepaste.

Een voorbeeld van de eerste zou bijvoorbeeld de diameter van melkwegstelsels zijn. Als je aanneemt dat melkwegstelsels ongeveer even groot zijn dan “weet” je dat een melkwegstelsel met een drie keer kleinere diameter dan een andere, drie keer verder weg staat. Meet je het oppervlak dan is dat natuurlijk 9x kleiner!

22.3 Lijkt je dit een nauwkeurige methode?

De hoeveelheid licht die objecten (sterren, melkwegstelsels) uitstralen is een meer gebruikte eigenschap. Maar we moeten dan wel zeker weten dat dat een “standaard” eigenschap is van (bepaalde) sterren of stelsels. Want ze zijn niet allemaal hetzelfde. We moeten dus op zoek naar standaardkaarsen!



23. Intermezzo: De omgekeerde kwadratenwet

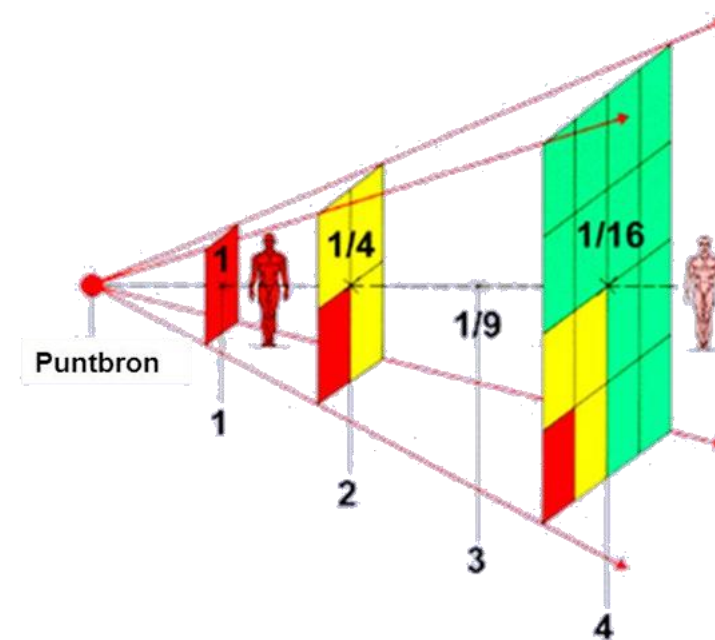
De intensiteit (helderheid, lichtkracht, L) waarmee je een lichtbron waarneemt (de hoeveel straling die je per oppervlakte-eenheid ontvangt) neemt af met het kwadraat van de afstand (d).

d.w.z.
$$L \sim \frac{1}{d^2}$$

dus ook: als twee objecten dezelfde hoeveelheid licht uitstralen is de gemeten lichtkracht omgekeerd evenredig aan de kwadraten van hun afstanden.

$$\frac{L_2}{L_1} = \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^2$$

Afstand: kwadratenwet





24. Intermezzo: Magnitudes

De oude Grieken deelden de sterren in in grootteklassen 1 tot en met 6. De helderste, zoals Wega en Sirius behoren tot klasse 1, de allerzwakste tot klasse 6. Iedere klasse is ongeveer een factor 2,5 zwakker dan de vorige, maar deze indeling is verre van exact.

Om de oude schaal enigszins intact te houden is gekozen om een klasseverschil van 5 (dus tussen klasse 1 en klasse 6) om te vormen tot een schaalverschil van 100 (is ongeveer $2,5^5$). Om preciezer te zijn een schaalverschil van 1 is een factor 2,51188 in helderheid (intensiteit, flux, lichtkracht).

De ster Wega kreeg (bij definitie) magnitude 0,00 toegekend.

$$\begin{aligned}\frac{L_2}{L_1} &= 2.51188...^{m_1-m_2} \\ &= 100^{\frac{m_1-m_2}{5}} \\ &= 10^{2 \cdot \frac{(m_1-m_2)}{5}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\log \frac{L_2}{L_1} &= 2 \cdot \frac{m_1-m_2}{5} \\ 2.5 \log \frac{L_2}{L_1} &= m_1 - m_2\end{aligned}$$

$$a = \log(10^a)$$

$$2 = \log(10^2)$$

$$13 = \log(10^{13})$$

$$0,30103 = \log 2 = \log(10^{0,30103})$$

$$0,5 = \log(3,16 \dots) =$$

$$= \log(\sqrt{10}) = \log(10^{1/2})$$



25. Intermezzo: Absolute magnitudes

De schijnbare helderheid (m) van een ster wordt beïnvloed door de afstand waarop de ster staat: Hoe verder weg, hoe zwakker. Als we willen weten hoe helder een ster echt is moeten we het verschil in afstand uitschakelen.

De absolute helderheid van een ster (M) is daarom gedefinieerd als die helderheid die de ster zou hebben wanneer die op 10 parsec (dus ongeveer 32,6 lichtjaar zou staan).

$$\left. \begin{aligned} \frac{L_2}{L_1} &= \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^2 \\ 2.5 \log \frac{L_2}{L_1} &= m_1 - m_2 \end{aligned} \right\} m_1 - m_2 = 2.5 \log \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^2$$

En met $d_2 = 10$ parsec

(dus absolute magnitude (M)):

$$m - M = 5 \log \frac{d}{10}$$

dus $m - M = 5 \log d - 5 \rightarrow M = m - 5 \log d + 5$

25.1 Je hebt de afstand van Wega al berekend: wat is M_{Wega} ?

$$\begin{aligned} \frac{L_2}{L_1} &= 100^{\frac{m_1 - m_2}{5}} = \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^2 = 10^{2 \cdot \frac{m_1 - m_2}{5}} \\ &= 10^{2 \cdot \frac{m_1 - m_2}{5}} = \left(10^{\frac{m_1 - m_2}{5}} \right)^2 \end{aligned}$$

$$\frac{d}{10} = 10^{\frac{m - M}{5}} \Rightarrow d = 10 \cdot 10^{\frac{m - M}{5}} = 10^{\frac{m - M}{5} + 1}$$

$$d = 10^{\frac{m - M + 5}{5}}$$

$$\log d = \frac{m - M + 5}{5}$$



26. Intermezzo: De Afstandsmodulus

$$m - M = 5 \log d - 5$$

$$d = 10^{\frac{m - M + 5}{5}}$$

$(m - M)$ wordt ook wel de **afstandsmodulus** genoemd en afgekort tot μ .

26.1 Vind een uitdrukking voor de afstand d in μ .

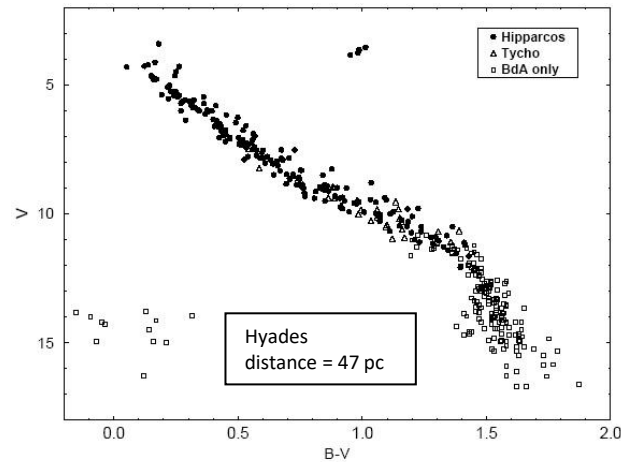
Als we van standaardkaarsen via een andere methode de Absolute magnitude kennen kunnen we dus uit de schijnbare magnitude de afstandsmodulus bepalen en dus de afstand berekenen.

26.2 Als $\mu = 5$ voor een bepaalde ster wat is dan de afstand? (gebruik alleen je hoofd)

Bij het bepalen van afstanden is het vinden van de afstandsmodulus van cruciaal belang.

27. Afstandsbepaling via het Hertzsprung Russell diagram (M-S fitting) I

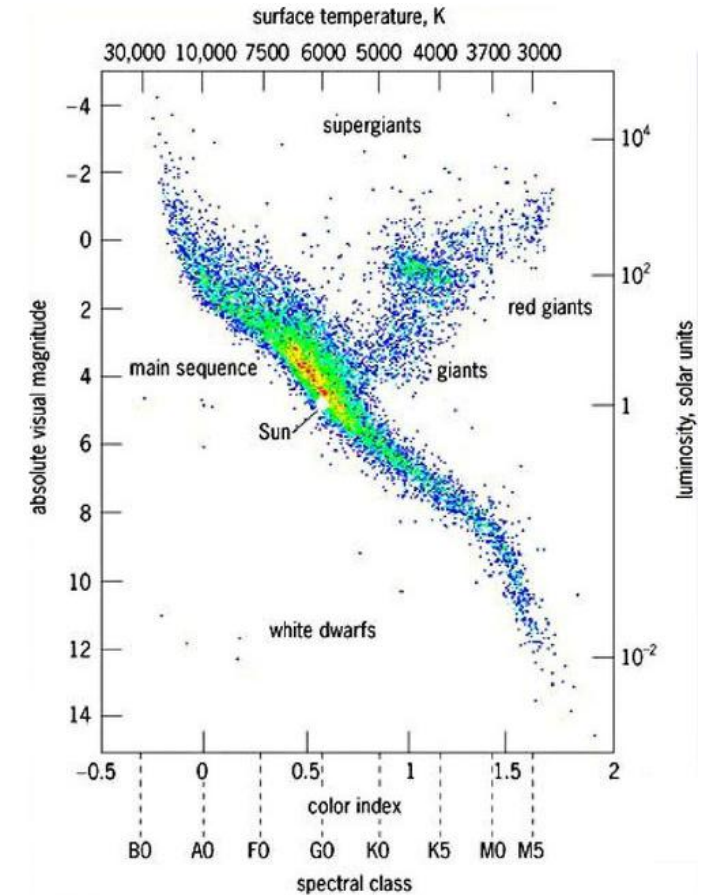
Sterren in onze buurt waarvan we de absolute magnitude en het spectraaltype (kleur, temperatuur) kennen kunnen we plotten in een HR-diagram. Dat levert het inmiddels markante patroon op met de Hoofdreeks als meest bepalende element.



Een HR diagram van een cluster met in plaats van de absolute, de schijnbare magnitude levert een in magnitude verschoven plaatje op.

27.1 Waarom?

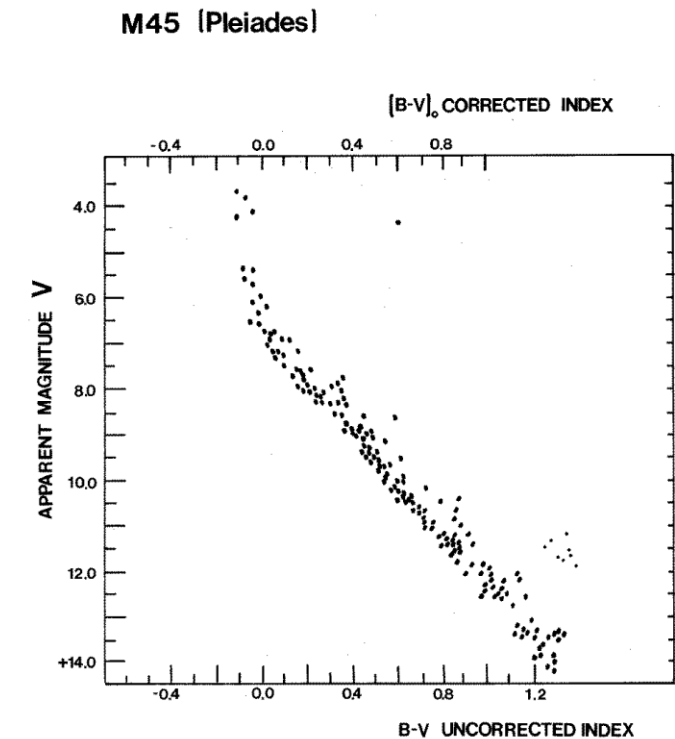
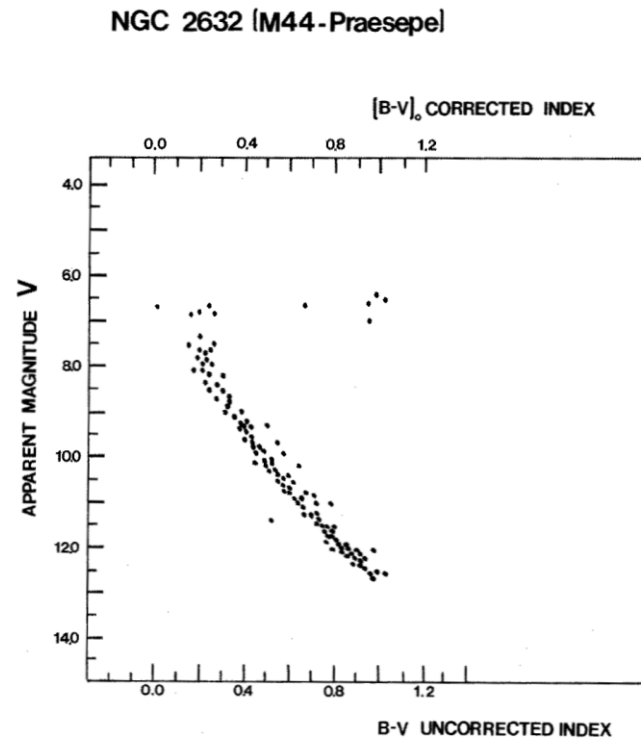
De hoofdreeks is gemakkelijk herkenbaar en uit het verschil in magnitude, want $(m - M)$, kunnen we eenvoudig de afstand tot de cluster berekenen.



27. Afstandsbepaling via het Hertzsprung Russell diagram (M-S fitting) II

27.2 Hoe ver staan M44 en M45 van ons af?

“M-S fitting” werkt tot ongeveer 7 Kpc.



28. Cepheïden: De periode-lichtkracht wet I

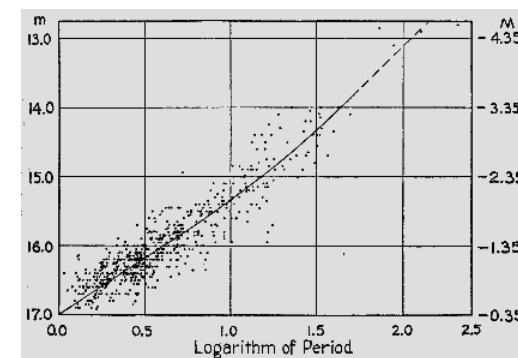
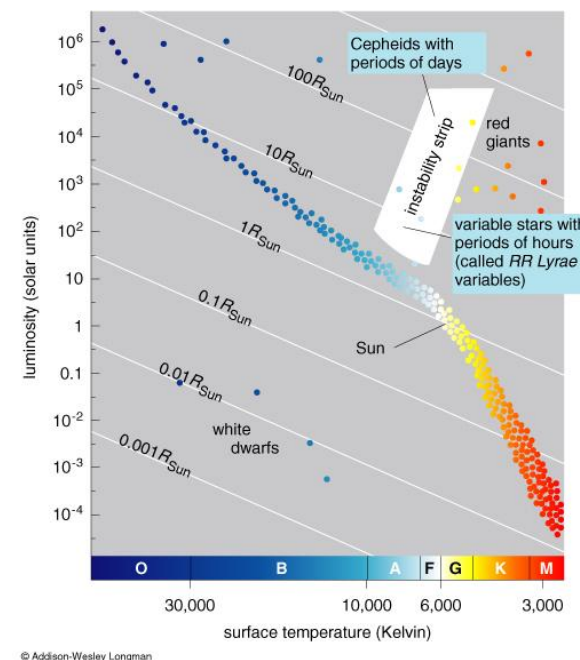
Cepheïden zijn zeldzame, zeer heldere rode reuzen. Het zijn veranderlijke sterren d.w.z. hun helderheid varieert periodiek.



In 1912 ontdekte Henrietta Swan Leavitt een relatie tussen de schijnbare helderheid en de periode van Cepheïden in de Kleine Magelhaense Wolk (zie rechtsonder).

Omdat de Cepheïden in de KMW allemaal op dezelfde afstand staan geldt deze relatie natuurlijk ook voor de absolute magnitude. Maar om de schaal te kunnen ijkten moeten we Cepheïden vinden waarvan we de afstand weten.

Omdat Cepheïden vrij zeldzaam zijn en de dichtstbijzijnde nog behoorlijk ver weg heeft het lang geduurd voor er precieze absolute magnitudes berekend konden worden. Bovendien bleken er ook nog verschillende types Cepheïden te zijn. (Nu I en II, wij hebben het hier over type I Cepheïden).



28. Cepheïden: De periode-lichtkracht wet II

Pas nu (Hubble, Gaia) begint er een beetje nauwkeurigheid in de afstanden van (en dus ook via) Cepheïden te komen.

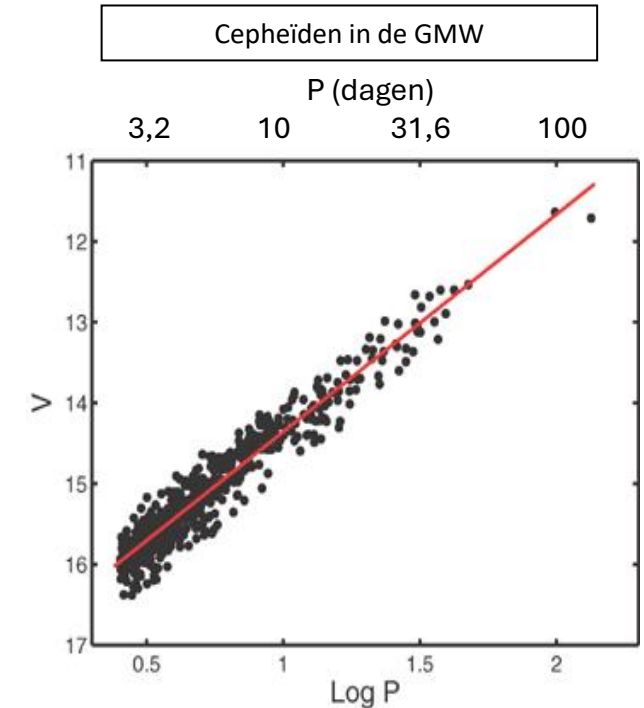
De periode lichtkrachtwet luidt nu:

$$M = -2,78 \log P - 1,35$$

(met M de absolute magnitude en P de periode in dagen)

28.1 Bereken (schat) de afstand tot de Grote Magelhaense Wolk (GMW of LMC).

Reikwijdte methode: Omdat Cepheïden extreem helder zijn, zijn ze ook zichtbaar in andere melkwegstelsels tot op afstanden van ~50 Mpc.
Mpc: miljoen parsec!



29. Waarom de helderheid van Cepheïden periodiek verandert.

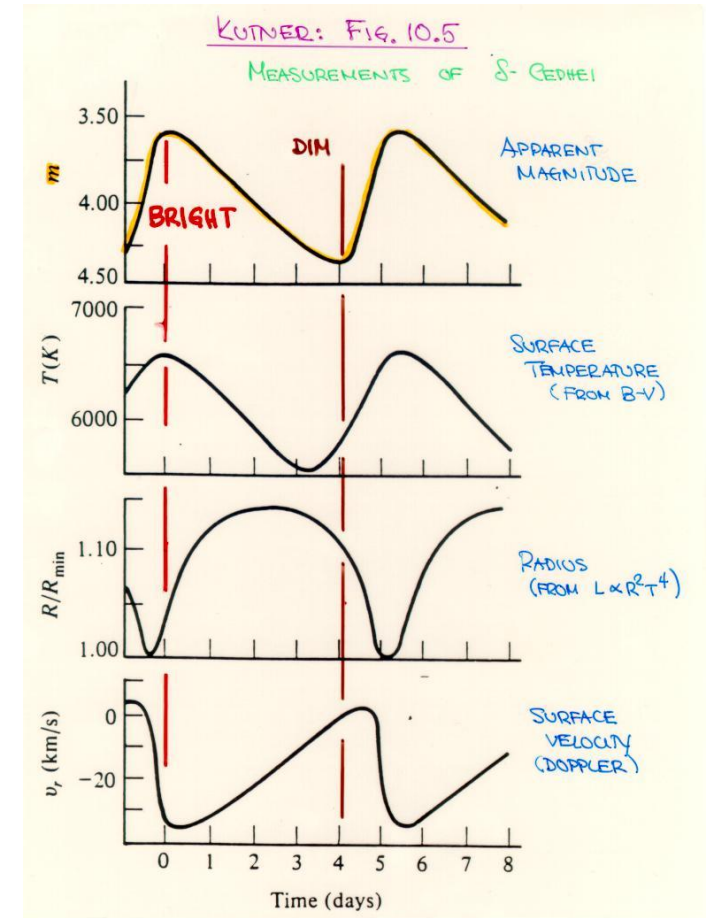
In het inwendige van Cepheïden is het waterstof al omgezet in Helium (dat was de hoofdreeksfase) van de ster. Nu wordt in het inwendige Helium omgezet in Koolstof, Stikstof en Zuurstof. De buitenschillen bestaan uit He^+ (eenmaal geïoniseerd Helium), Helium en Waterstof.

De fusie van Helium in de kern verhit de buitenschil zo dat He^+ nogmaals wordt geïoniseerd tot He^{2+} . Hierbij komen nog meer elektronen vrij waardoor het gas minder transparant wordt. Daardoor wordt de stralingsdruk van binnenuit groter en zetten de buitenschillen uit. De helderheid van de ster neemt daardoor toe. Maar door het uitzetten koelt het gas weer af en veel vrije elektronen recombineren weer met het He^{2+} tot He^+ .

De lagen worden daardoor weer transparanter, de straling kan naar buiten, de ster trekt weer samen en de helderheid neemt af.

Maar met de beweging van de lagen naar binnen toe wordt het gas weer samengedrukt en neemt de temperatuur weer toe zodat He^+ weer wordt geïoniseerd tot He^{2+} .

Daarmee is de cyclus rond en start het hele proces opnieuw.





30. De Tully-Fisher relatie I

Onze kosmische ladder reikt inmiddels tot over de 100 miljoen lichtjaar maar we zijn nog lang niet bij de grenzen van het waarneembare heelal. We zien nog talloze (clusters van) melkwegstelsels vele malen kleiner en zwakker waarbij we niet meer in staat zijn Cepheïden te vinden. Ook hun licht is te veel verzwakt.

We kijken nu naar complete melkwegstelsels. We hadden al het idee geopperd om naar de grootte van melkwegstelsels te kijken maar die vergelijksmethode is te ruw. Melkwegstelsels verschillen onderling teveel. Dat geldt ook voor de helderheid van deze stelsels.

De Tully – Fisher relatie is een correlatie voor spiraalstelsels tussen hun lichtkracht en de snelheid waarmee ze roteren. Het idee erachter is dat hoe groter (zwaarder) het stelsel is, hoe sneller het zal roteren maar ook hoe groter de lichtkracht is (want meer sterren).

Dus met de TF-relatie haal je (via ijking met bekende stelsels) uit de gemeten rotatiesnelheid de absolute helderheid. En weer: de schijnbare kun je meten en dus weet je de afstandsmodulus μ , en dus de afstand. De TF-relatie werkt tot op een paar honderd Mpc.

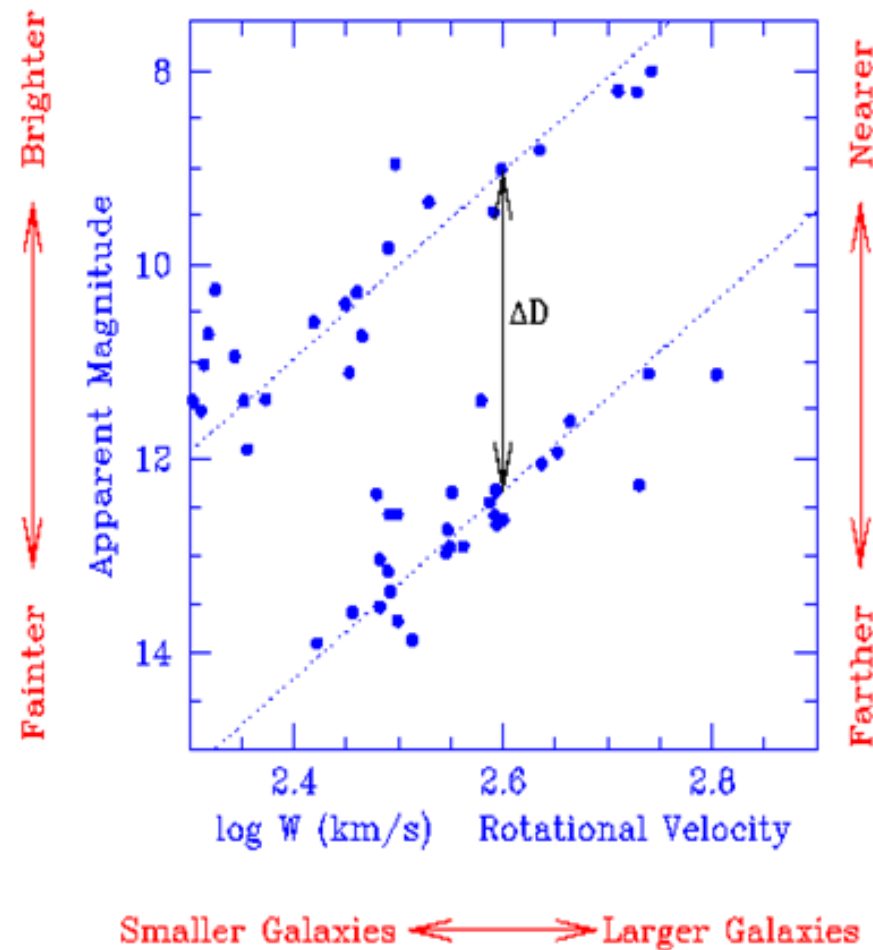
Als je van meerdere stelsels in een cluster de afstand kunt meten dan middelt de individuele fout zich uit.

30. De Tully-Fisher relatie II

In het plaatje hiernaast worden spiraalstelsels uit twee clusters met elkaar vergeleken. De Fornax cluster is de bovenste en Abell 1367 is de onderste.

30.1 Hoeveel keer staat Abell 1367 verder weg dan de Fornax cluster?

30.2 Lukt het je ook zonder rekenmachine?

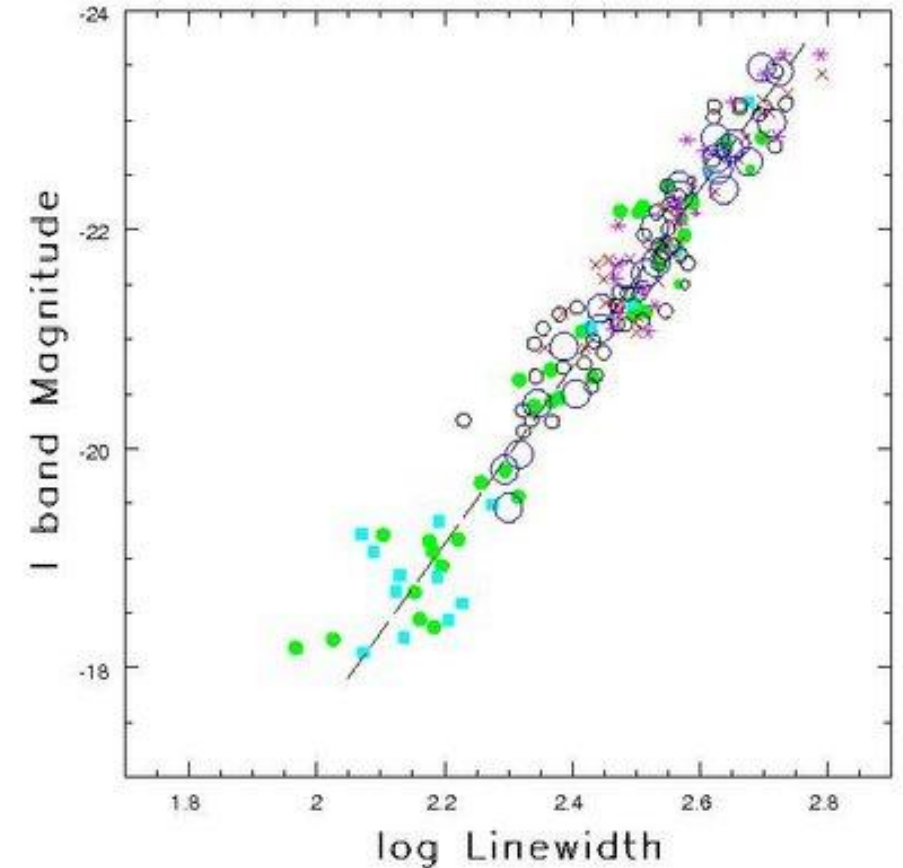


Voor de liefhebbers:

De I Band magnitude staat voor de helderheid van een golflengtegebiedje rond de 820 nanometer (dus net in het infrarood) en is hier uitgezet tegen de log van de Dopplerbreedte bij 21 cm (in km/s).

30.3 Wat voor informatie levert je de verbreding van een spectraallijn? Met andere woorden wat heeft dat met de rotatiesnelheid van een spiraalstelsel te maken?

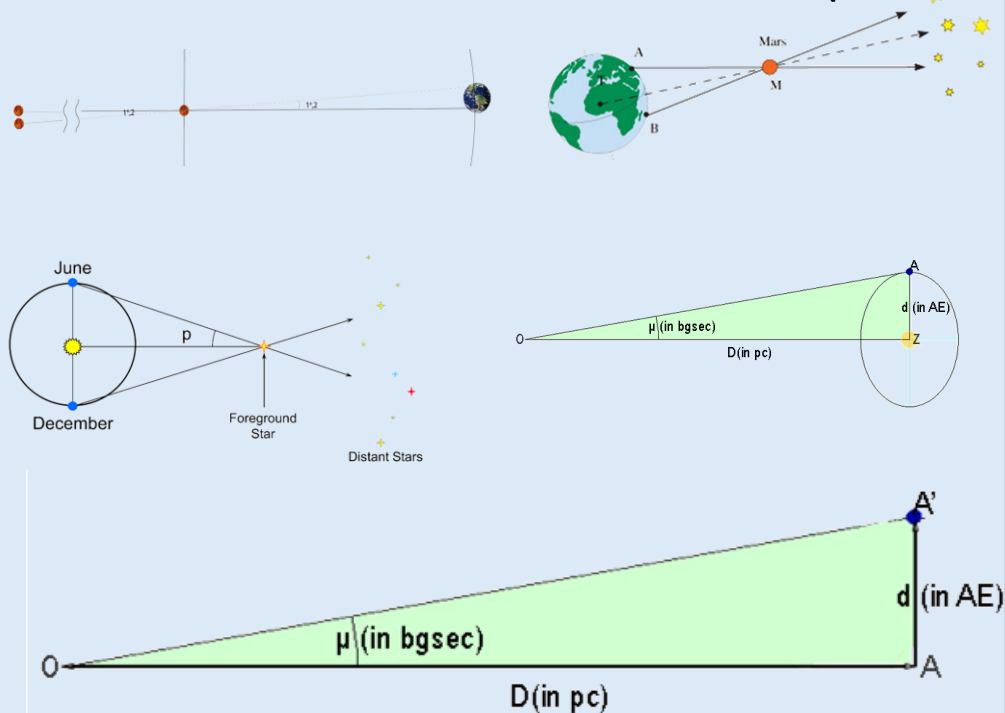
De TF-relatie geldt alleen voor spiraalstelsels. Voor elliptische stelsels is er een soortgelijk verband: de Faber-Jackson relatie. Deze is echter onnauwkeuriger. De spreiding ligt hier in de orde van 0,8 magnitude, het dubbele van de TF-relatie.



Recapitulatie Les 4

Absolute afstanden: parallax

$$D = \frac{d}{\mu}$$

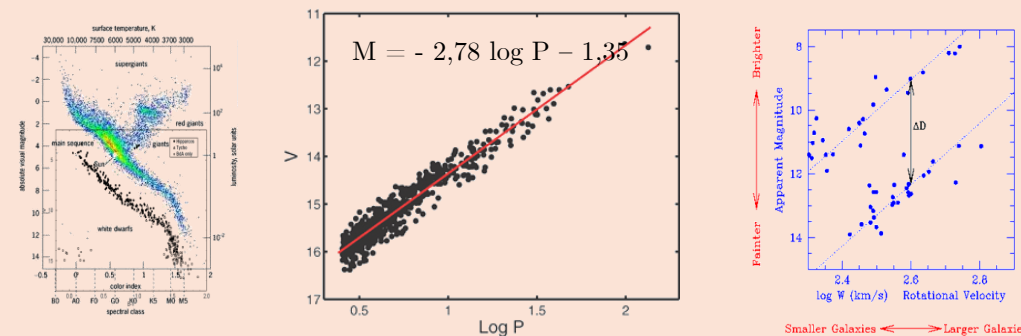


Gaia goed voor afstanden tot 10 Kpc

Relatieve afstanden: de afstandsmodulus

$$m - M = 5 \log d - 5 \quad d = 10^{\frac{m - M + 5}{5}}$$

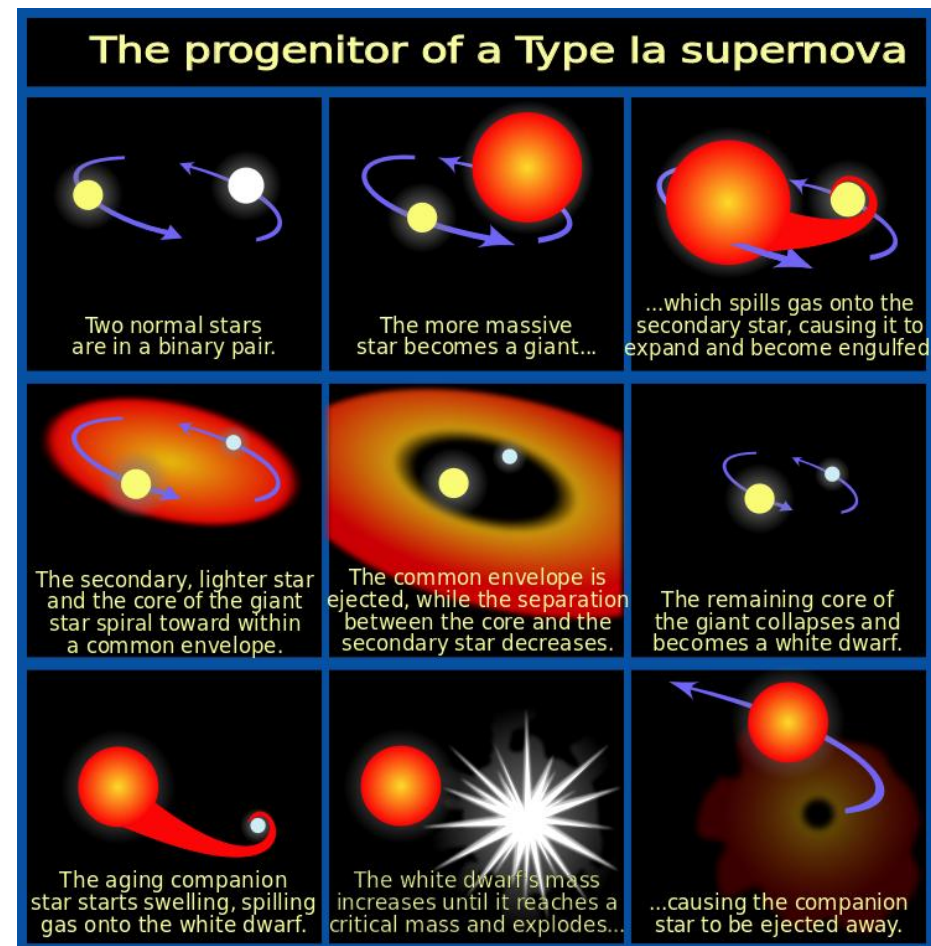
1. M-S fitting via HR diagram (inmiddels achterhaald door Gaia)
2. **Cepheïden via Periode-Lichtkrachtrelatie** (tot ~ 50 Mpc)
3. Tully-Fisher via Rotatie-Lichtkrachtrelatie voor Clusters van sterrenstelsels (tot ~ 200 Mpc)



31. De Supernova als standaardkaars voor de lange afstanden I

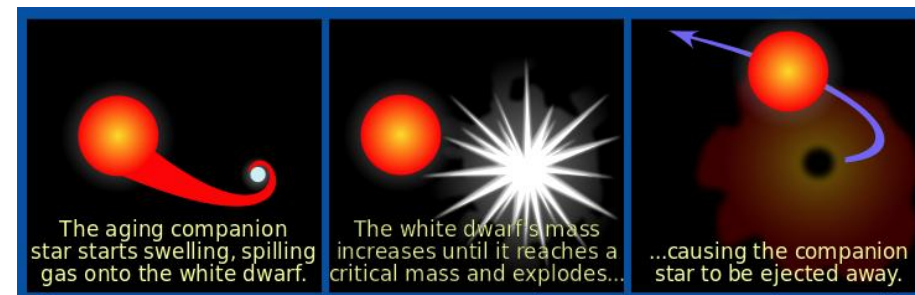
Supernova's zijn, wanneer ze ontvlammen, de helderste objecten in een melkwegstelsel. Vaak zijn ze helderder dan het melkwegstelsel als geheel. Jammer genoeg hangt bij een "normale" supernova de helderheid af van de massa van de exploderende ster. Dus ongeschikt als standaardkaars voor afstandsmeting. De minimale massa waarbij een ster supernova wordt is ongeveer 1,44 zonsmassa's (De Chandrashekar limiet).

Gelukkig is er een speciaal type supernova (SNIa) waarvan we de massa precies weten. De ster die explodeert is een witte dwerg, het restant van een veel lichtere ster. Maar het is wel een speciale witte dwerg. De witte dwerg is namelijk onderdeel van een dubbelster waarbij de andere ster (een rode reus) massa verliest aan de witte dwerg.



31. De Supernova als standaardkaars voor de lange afstanden II

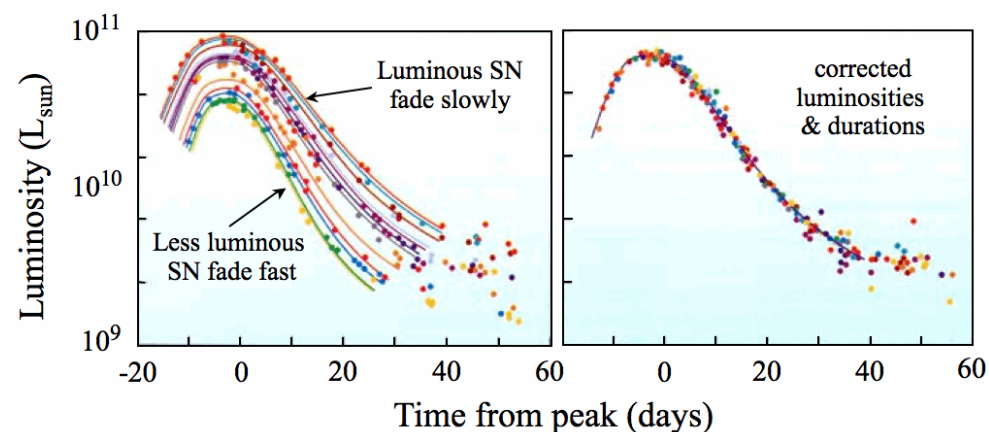
De witte dwerg wordt dus steeds zwaarder en op het moment dat hij de kritieke massa bereikt is hij niet meer in staat zich tegen de toenemende zwaartekracht te verzetten en implodeert. Die implosie leidt vervolgens tot een totale explosie waarbij niets meer van de ster overblijft. (Bij normale “supernova’s is dat een neutron ster of zwart gat). Hier wordt alles de ruimte ingeblazen.



Je kunt je voorstellen dat zowel de maximale helderheid van de explosie als het verloop ervan voor zulke supernova’s altijd hetzelfde is, omdat de hoeveelheid materie hetzelfde is. En dat klopt. Het is een uitstekende standaardkaars.

De maximale absolute helderheid van type SN1A supernovae bedraagt $M = -19,3 \pm 0,03$.

Voor kleine verschillen in absolute helderheid en verloop heeft men een (empirische correctie) gevonden.



31. De Supernova als standaardkaars voor de lange afstanden III

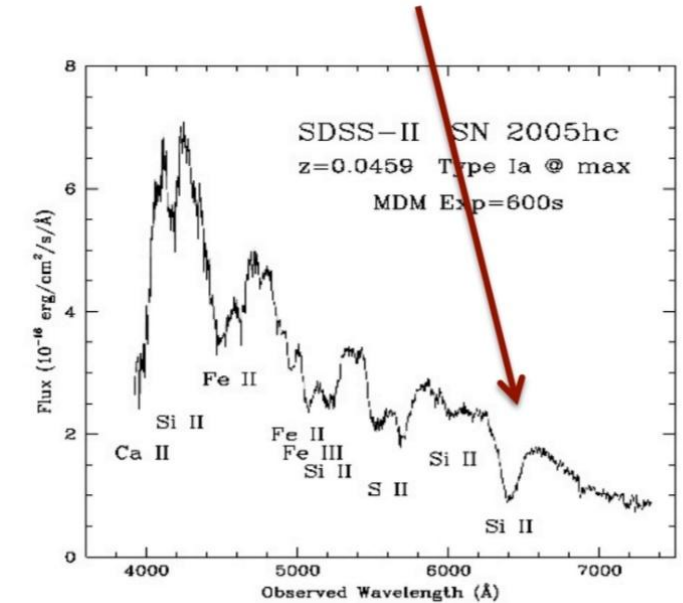
SN Ia type supernova's kun je onderscheiden van gewone supernovae omdat ze geen waterstoflijnen in hun spectrum hebben maar wel een sterke silicium (II) lijn.

De methode werkte in eerste instantie tot ongeveer 1000 Mpc! In de negentiger jaren werden in twee speciale projecten (Het Supernova Cosmology Project en het High-z Supernova Search Team) supernovae gevonden op veel groter afstanden. We komen daar later nog op terug.

31.1 Wat is de schijnbare magnitude van een type SN Ia supernova op 1000 Mpc afstand?

31.2 Hoeveel type SN1A supernova's zijn er gemiddeld per jaar in de Virgo cluster?

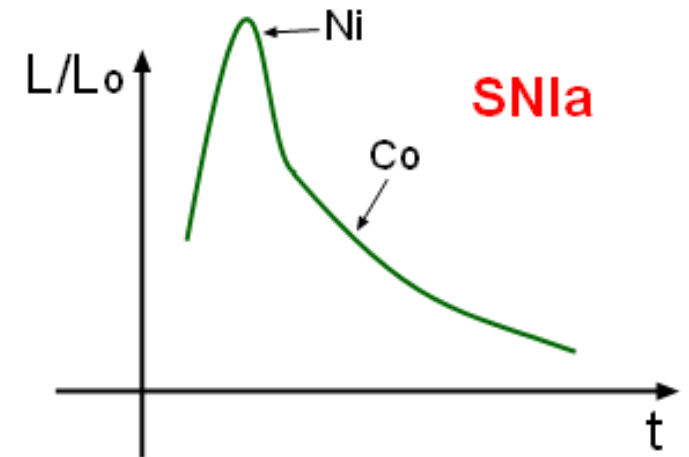
Er zijn ruim 2000 stelsels geteld in de Virgo cluster. In een melkwegstelsel komen gemiddeld 2 supernova's per eeuw voor. 15 tot 20% daarvan zijn van het type SN1A.



Toegift: Van implosie naar explosie

Als de ster zwaarder en onder invloed van de zwaartekracht instort neemt de temperatuur en dichtheid in het binnenste zoveel toe dat koolstof en zuurstof spontaan fusie-reactie aangaan. Als dit eenmaal gebeurt zorgt de hitte van de reactie dat de fusie-reacties zich snel door de hele ster verspreiden en de hele ster ineens ontbrandt en in zijn geheel explodeert.

Het voornaamste product van die verbranding is de nikkel isotoop ^{56}Ni , een radio-actief element dat vervalt als: $^{56}\text{Ni} \rightarrow ^{56}\text{Co} \rightarrow ^{56}\text{Fe}$. ^{56}Ni heeft een levensduur van gemiddeld 8.8 dagen en ^{56}Co van 111 dagen. Het is dus het radio-actief verval van kobalt (Co) dat zorgt dat Type Ia supernova's zoals Tycho's supernova zo lang zichtbaar blijven.



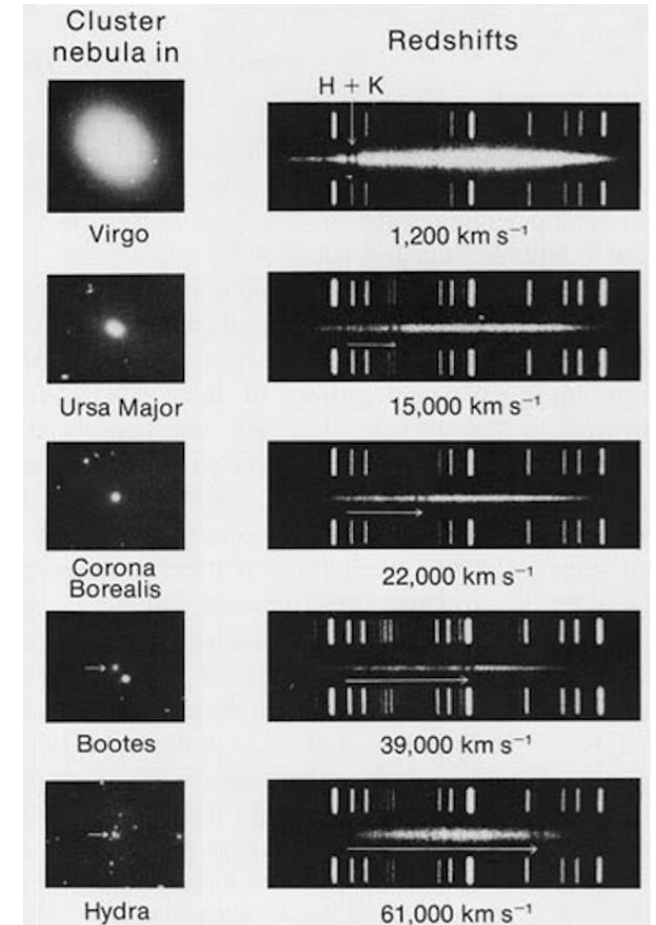
32. De Hubble-Lemaître relatie I

In 1917 publiceerde Vesto Slipher een aantal artikelen over de roodverschuiving van diverse nabije melkwegstelsels die hij had gemeten en vond dat ze kleiner werden (m.a.w. verder wegstonden) naarmate hun roodverschuiving groter was. Die roodverschuiving kon niets anders betekenen dan dat die stelsels van ons af bewogen (Doppler-effect) en uit de mate van verschuiving kon hij de grootte van de vluchtsnelheid meten.

De roodverschuiving z is gedefinieerd als:

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_e} = \frac{\lambda_o - \lambda_e}{\lambda_e} = \frac{v}{c}$$

Met $\Delta\lambda$ het verschil in golflengte, λ_e de uitgezonden golflengte van het licht, λ_o de ontvangen golflengte, v de snelheid waarmee het object zich van ons verwijderd en c de lichtsnelheid.

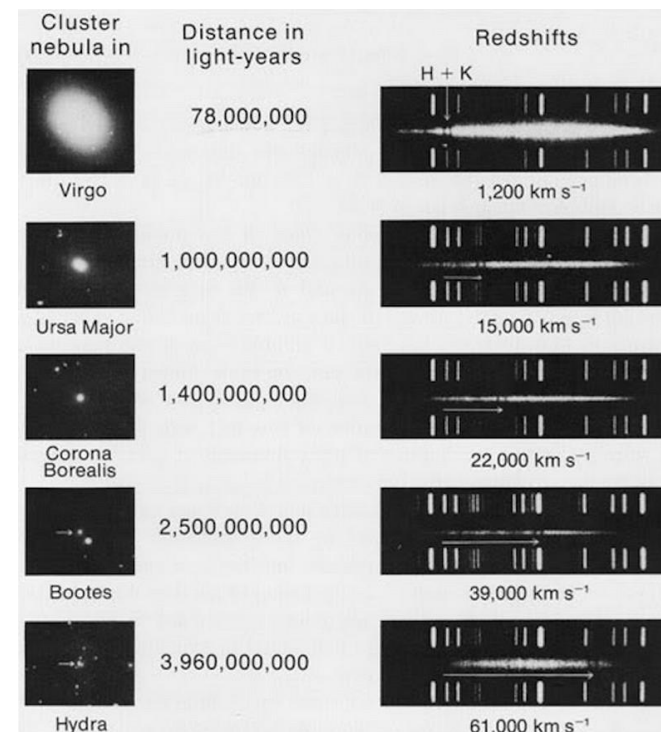


32. De Hubble-Lemaître relatie II

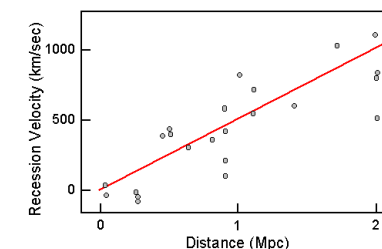
Slipher was nog niet in staat precieze afstanden te meten. Twaalf jaar later lukte Hubble dat wel, door Cepheïden in die stelsels te vinden. Zodoende was Hubble in staat een grafiek uit te zetten van vluchtsnelheid tegen afstand. Hubble concludeerde hieruit dat melkwegstelsels zich gemiddeld van ons af bewegen met een snelheid evenredig met hun afstand. Die evenredigheidsconstante heet nu de Hubble-constante:

$$H_0 = \frac{v}{D} = \frac{zc}{D}$$

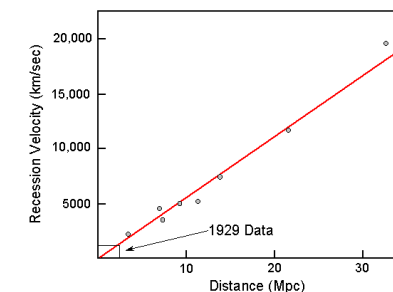
Twee jaar later kon Hubble hier nog een aantal verder gelegen stelsels aan toe voegen, die hij samen met Humason gemeten had. Deze metingen bevestigden zijn eerdere, toch wat vermetele, conclusie. Het was nu duidelijk: het heelal dijde uit!



Hubble's Data (1929)



Hubble & Humason (1931)



32. De Hubble-Lemaître relatie III

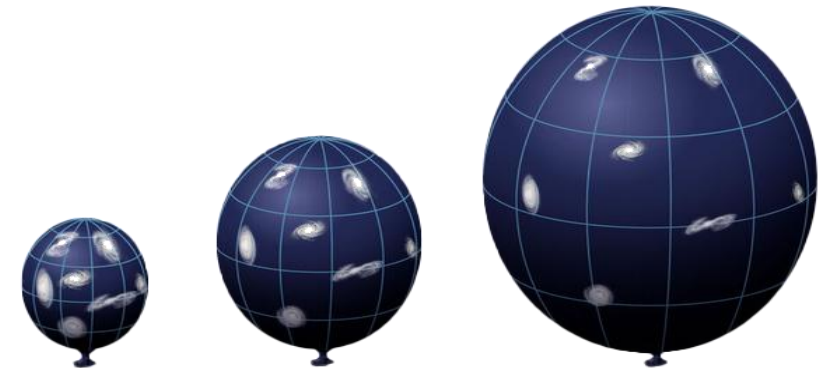
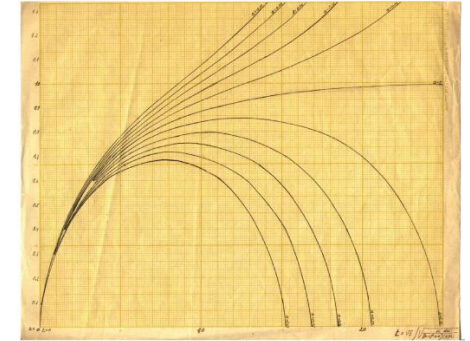
Nog heel wat jaren later bleek dat in 1927 al George Lemaître, een jezuïet in België, uit de Algemene Relativiteitstheorie van Einstein en de bevindingen van Vesto Slipher had afgeleid dat het heelal niet stabiel was maar uitdijde.

Pas in 2018 kreeg Lemaître de eer die hij verdiende en sindsdien heet de Hubble relatie dan ook de Hubble-Lemaître relatie.

Het is belangrijk te bedenken dat de relatie gevonden is langs twee verschillende wegen. Een theoretische, als oplossing voor de basisvergelijking van de Algemene relativiteitstheorie die de ruimte beschrijft en een observationele door te constateren dat de vluchtsnelheden van melkwegstelsels evenredig zijn met hun afstanden.

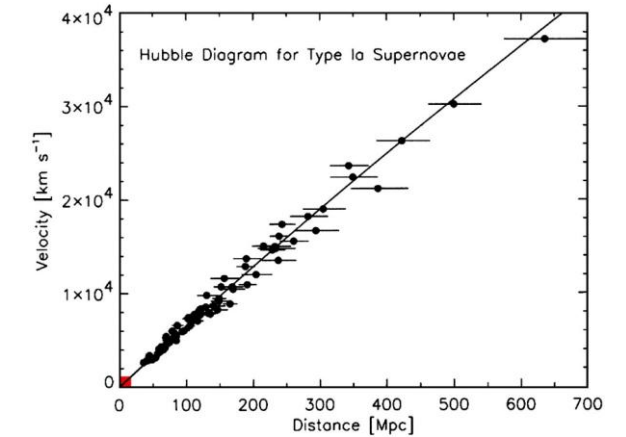
Beiden wegen tonen aan dat de ruimte zelf uitdijt , waarschijnlijk als gevolg van een bepaalde beginsituatie (de oerknal).

Lemaître (1927)



32. De Hubble-Lemaître relatie IV

De “huidige” waarde van de Hubble constante is $H_0 \approx 72,8 \text{ km/s/Mpc}$. Deze waarde is gebaseerd op afstandsmetingen van Supernovae in veel verder weg gelegen (clusters van) stelsels. Maar hier is het laatste woord nog niet over gezegd. Andere, weliswaar minder precieze, methodes (branche fitting) leiden tot een lagere $H_0 \approx 69,1 \text{ km/s/Mpc}$.

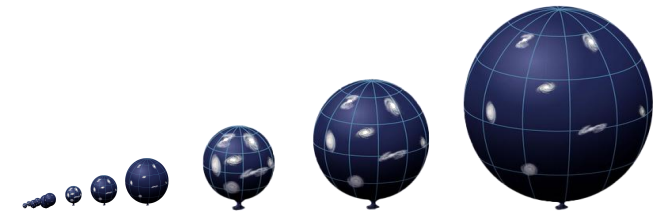


32.1 Hubble zelf vond een heel andere waarde voor zijn constante. Welke?

32.2 Kun je mogelijke oorzaken voor die afwijkingen aan geven?

32.3 Wat is de dimensie van H_0 ?

32.4 Stel de uitdijingssnelheid is ook constant in de tijd, hoe lang geleden was dan de oerknal?



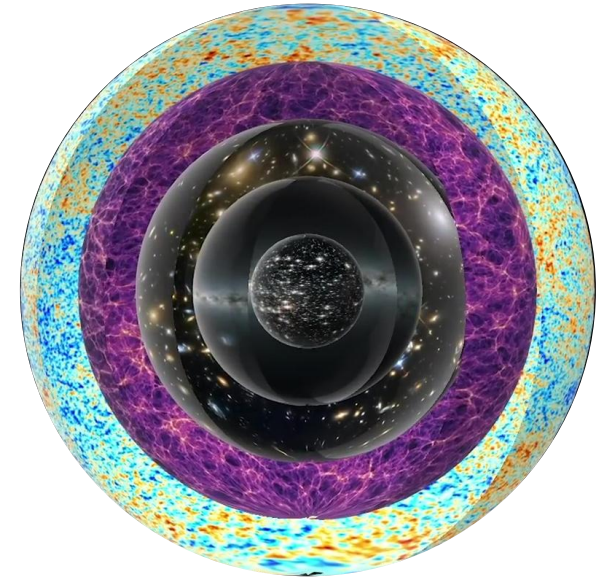
33. Het heelal dijt uit: vragen, vragen, vragen

Als het heelal uitdijt en de melkwegstelsels niet zelf “wegvluchten” roept dat gecombineerd met het feit dat de lichtsnelheid eindig is een aantal belangrijke vragen op. Het zijn deze en andere vragen waar de kosmologie zich mee bezig houdt. We zullen hier (soms bijna letterlijk) de krenten uit de kosmologische pap pikken.

We gaan niet al te diep maar concentreren ons op het begrip afstand. We proberen er wel voor te zorgen dat je de redeneringen van de kosmologen kunt volgen.

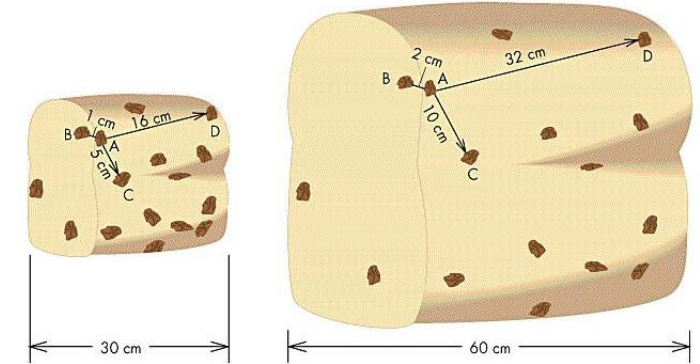
Vragen:

1. Als de stelsels zelf eigenlijk niet bewegen dan is er ook geen Doppler effect. Waar komt dan die roodverschuiving vandaan?
2. Als we verder weg kijkend eigenlijk naar het verleden kijken, kunnen we dan ook de oerknal zien?
3. Wat bedoelen we, in een uitdijend heelal, precies met afstand?
4. Dijt het heelal altijd op dezelfde manier uit? Is de uitdijingsnelheid ook constant in de tijd?



34. Kosmische roodverschuiving I

Het zijn niet de melkwegstelsels die wegvluchten, nee het is de uitdijende ruimte die de stelsels meeneemt. Een betere vergelijking dan de notoire ballon die opgeblazen wordt is het brood dat rijst. Het is het deeg dat uitzet, de krenten zelf bewegen niet. Toch zien we in het heelal het licht naar rood verschuiven. Hoe kan dat?



In tegenstelling tot krenten in het deeg bewegen stelsels wel een beetje ten opzichte van elkaar. De Andromedanevel b.v. komt op ons af en dat heeft niets met (de ontcrachting van) het uitdijend heelal te maken. Die lokale bewegingen zorgen voor lokale afwijkingen van hooguit enkele honderden km/sec. Naarmate de afstand groter wordt gaat echter de vergroting van de onderlinge afstand door uitdijng van de ruimte overheersen.

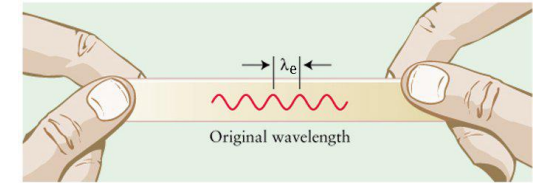
En die uitdijng zelf zorgt voor de roodverschuiving.

34. Kosmische roodverschuiving II

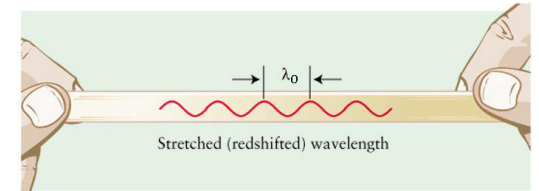
Als de ruimte groter wordt rekt een golfpakketje dat door de ruimte reist evenredig uit en neemt zijn golflengte dus toe.

Als de ruimte gedurende de reistijd van het foton met een factor twee is uitgezet is de golflengte inmiddels twee keer zo lang geworden.

En we weten $z = \frac{\lambda_o}{\lambda_e} - 1$, dus $z = 1$. (*o* observed, *e* emitted)



(a) A wave drawn on a rubber band ...



(b) ... increases in wavelength as the rubber band is stretched.

In het algemeen is de z -waarde dus één minder dan de uitdijingsfactor. Als a_{nu} de schaal van het heelal op dit moment is en a_{toen} de schaal van het heelal toen het licht werd uitgezonden kunnen we dus ook zeggen:

$$z = \frac{a_{nu}}{a_{toen}} - 1 \text{ en als je stelt } a_{nu} = 1 \text{ dan is de schaalfactor } a_{toen} = \frac{1}{(1+z)}$$

De roodverschuiving van een melkwegstelsel bestaat dus uit twee componenten:

Een Dopplercomponent (ook blauw) vanwege de Eigen Beweging en een component vanwege de uitdijning.



34. Kosmische roodverschuiving III

Naast het Doppler effect en de kosmische roodverschuiving zijn er nog twee andere soorten “roodverschuiving”:
de relativistische en de gravitationele.
Hiernaast een overzicht.

Type roodverschuiving	Definitie
Doppler roodverschuiving	$z = \frac{v}{c}$
Relativistische Doppler	$z = \left(1 + \frac{v}{c}\right) \gamma - 1 \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$
Kosmologische roodverschuiving	$z = \frac{a_{nu}}{a_{toen}} - 1$
Gravitationele roodverschuiving	$z = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{2GM}{rc^2}\right)}} - 1$

Ondanks de grote vluchtsnelheden die we meten komt er bij de roodverschuiving t.g.v. de uitdijing geen relativistische factor aan te pas. Lokaal vindt er nl. geen extreem snelle uitdijing plaats.

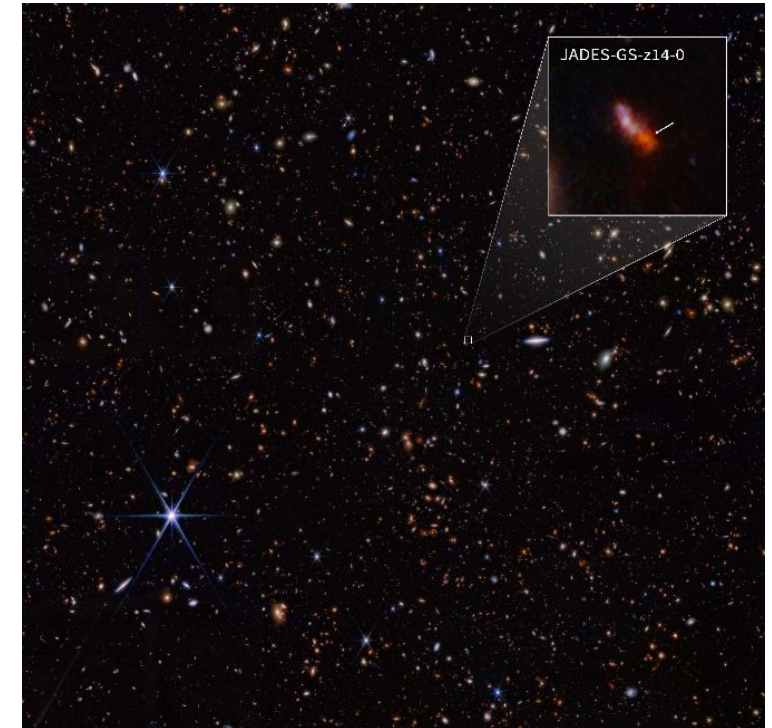
34.1 Hoeveel groter is de ruimte bij benadering geworden waar een foton in een seconde is doorgereisd?

34.2 Hoe verhoudt die snelheid van uitbreiding zich tot de lichtsnelheid?

34. Kosmische roodverschuiving IV

Het verste stelsel waarvan tot nu toe de roodverschuiving is gemeten, is JADES-GS-z14-0 met $z=14,32$ en staat op 13,5 miljard lichtjaar afstand. (Afstand?) Hiernaast de JWST-opname.

34.3 Hoe groot was het heelal toen het licht van JADES-GS-z14-0 vertrok vergeleken met het heelal nu?

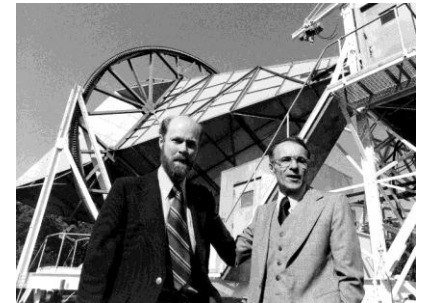
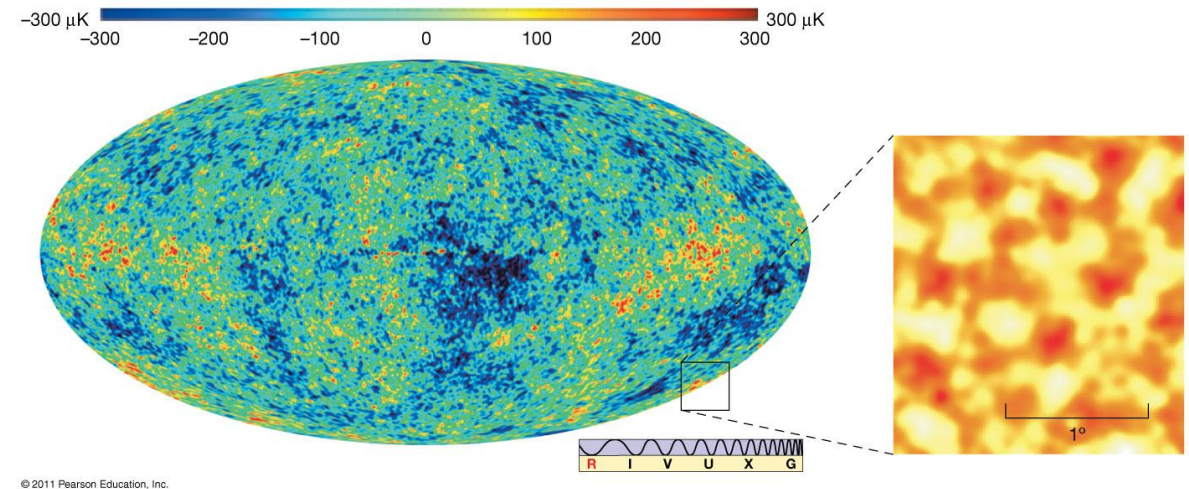


35. Kosmische Achtergrondstraling I (restant van de oerknal)

De Kosmische achtergrondstraling is het restant van de stralingsenergie in het vroege heelal. In eerste instantie (hoge temperatuur, hoge ionisatiegraad, veel vrije elektronen) was het heelal ondoorzichtig. We kunnen de oerknal dus zelf niet zien.

Pas toen de temperatuur beneden de 3000°K kwam bonden de vrije elektronen zich aan de protonen (waterstofkernen) en werd het heelal transparant. Fotonen konden aan hun vrije reis door het heelal beginnen en worden nu nog steeds door ons opgevangen. Die straling past dus bij een temperatuur van 3000°K .

In de zestiger jaren ontdekken Penzias en Wilson (AT&T Bell) bij toeval deze straling: een zeer gelijkmatige straling maar nu met een temperatuur van nog maar ongeveer $2,7^{\circ}\text{K}$ uit alle richtingen!

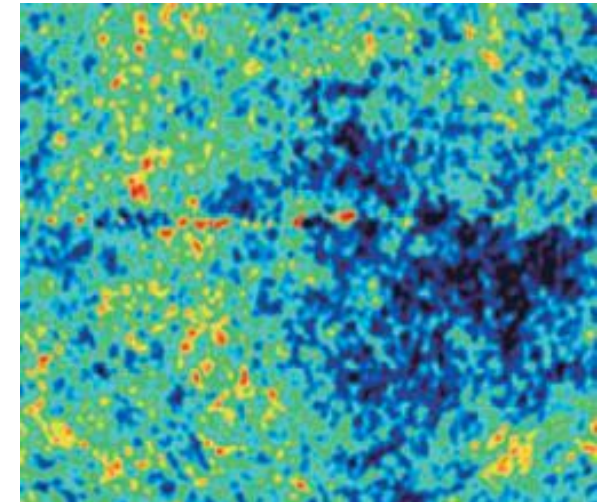


35. Kosmische Achtergrondstraling II

Via wat lastiger wis- en natuurkunde kun je aantonen dat de temperatuur T afneemt als de ruimte groter wordt (adiabatische expansie). Ik sluit hier de situatie maar kort via de wet van Wien ($\lambda \cdot T = \text{constant}$). Die 3000°K straling zien we nu als kosmische achtergrondstraling met een temperatuur van $2,75^\circ\text{K}$. D.w.z. dat de temperatuur met ongeveer een factor 1100 is afgenomen. De golflengte moet dan met diezelfde factor zijn toegenomen (Wien)). En dus is ons heelal sinds die tijd 1100 keer groter geworden.

Ons waarneembare heelal dat nu een straal heeft van ongeveer 45 miljard lichtjaar had toen dus een straal van ongeveer 40 miljoen lichtjaar.

35.1 Die twee rode vlekjes ongeveer in het midden van de kaart konden die toen (380.000 jaar na de BB) elkaar zien?

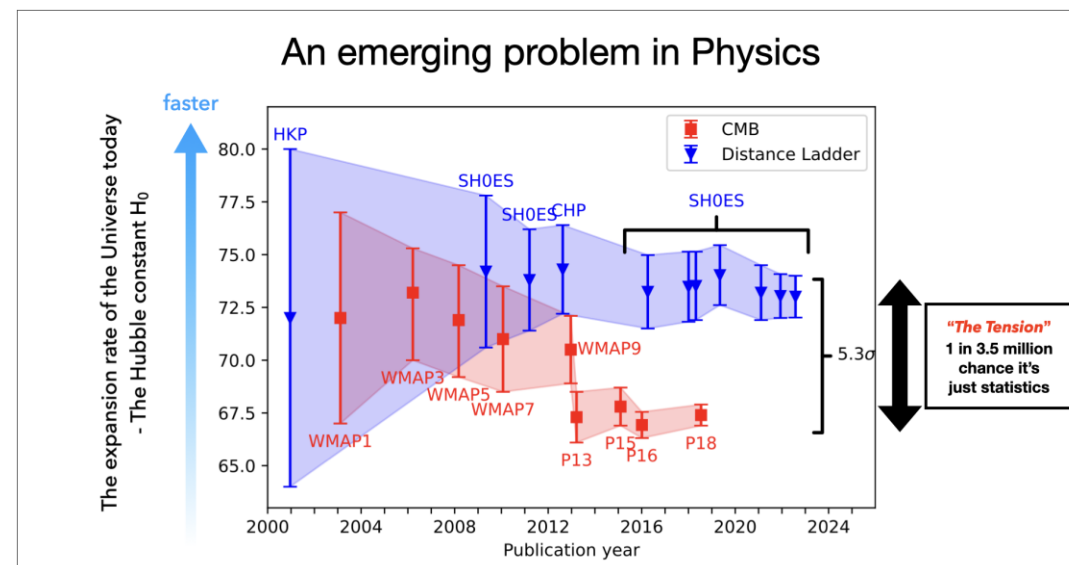


35. Kosmische Achtergrondstraling III

Via nog wat lastiger wis- en natuurkunde kun je behoorlijk wat eigenschappen van het heelal toen en nu afleiden. Onder andere ook de Hubble constante. Vreemd genoeg levert dat een Hubble constante op met een significant lagere waarde: $H_0 = 67 \text{ km/s/Mpc}$.

Voor het verschil hebben we nog geen goede verklaring. Recente metingen aan supernovae met de James Webb telescoop liggen keurig in lijn met die van de HST.

Dit probleemverschil tussen “standaardkaarsen” en de Kosmische Achtergrondstraling staat bekend als de Hubble tension.



36. Afstanden in een uitdijend heelal I

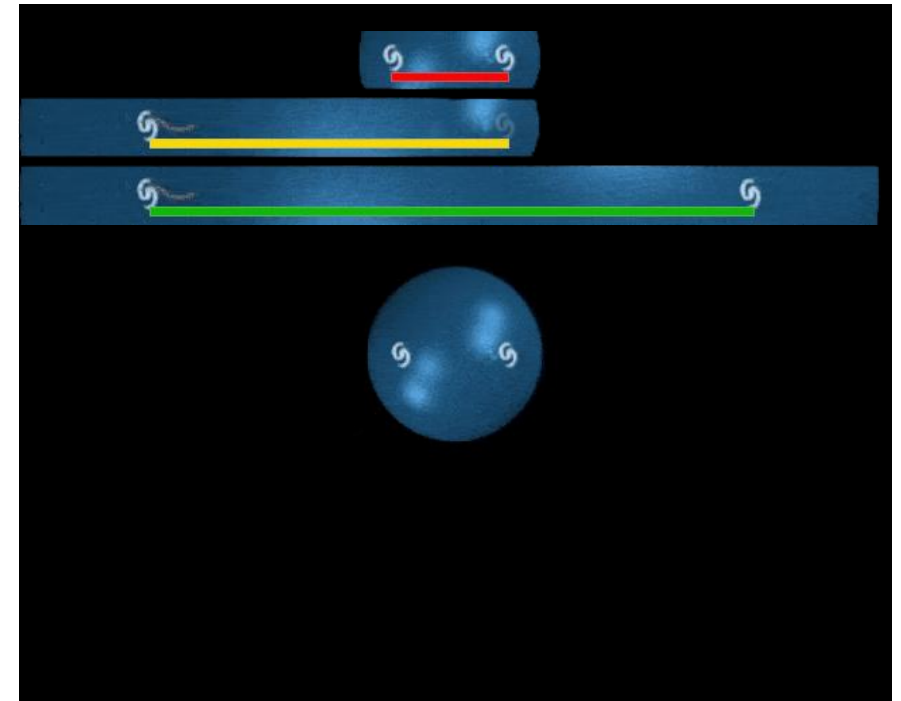
Als we afstanden uitdrukken in lichtjaren omdat het licht zoveel tijd nodig heeft om grote afstanden te overbruggen is er in een uitdijend heelal iets vreemds aan de hand met het begrip afstand. Want terwijl het licht onderweg is wordt de afstand steeds groter. Afstand wordt zo letterlijk en figuurlijk een rekbaar begrip.

We hebben minstens drie opties:

1. We nemen de afstand op het moment van vertrek
2. We nemen de afstand die het licht heeft afgelegd.
3. We nemen de afstand op het moment van aankomst

Vaak wordt 2. gebruikt in de populaire literatuur: (miljoenen of miljarden) lichtjaren wat dus meer zegt over de reistijd van het licht dan de afstand.

Als je ergens leest dat de diameter van het heelal nu ongeveer 90 miljard lichtjaar is dan hebben ze 3. genomen. We komen daar nog op terug.



36. Afstanden in een uitdijend heelal II

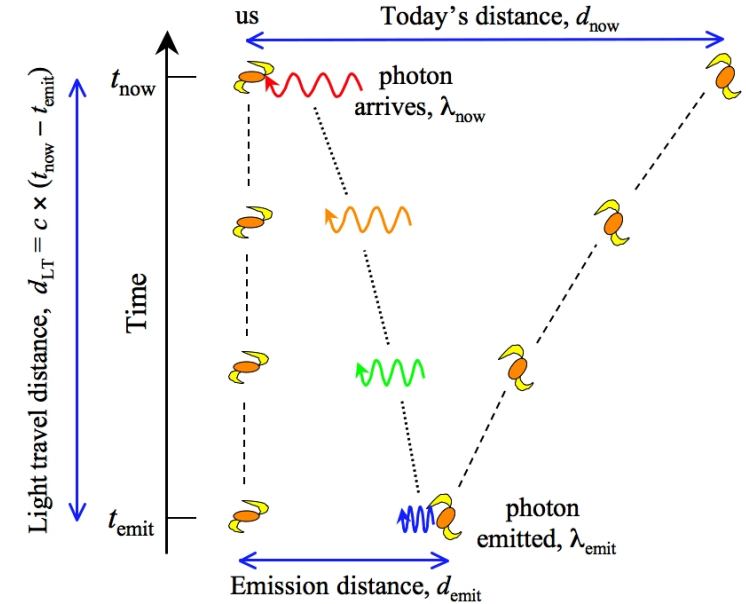
In het plaatje hiernaast zie je die 3 varianten nog een keer:

1. De afstand op het moment van vertrek: d_{emit}
2. De afstand die het licht heeft afgelegd: d_{LT} (ook wel *lookback time*)
3. De afstand op het moment van aankomst: d_{now}

36.1 Wat wordt er in optie 1. en 3. met "moment" bedoeld? Heb je een leuke definitie?

Omdat het begrip afstand zo lastig is gebruiken astronomen meestal de roodverschuiving z als afstandsindicator. Deze kan rechtstreeks gemeten worden. Mocht ooit blijken dat er correcties nodig zijn in de kosmische ladder dan verandert de roodverschuiving niet. Daarom zie je bij verre objecten eerder de z -waarde vermeld dan de afstand of reistijd.

36.2 Enig idee wat de waarde van de roodverschuiving is van GN-z11?



37. Is de uitdijingsnelheid constant? I

Ja en nee.

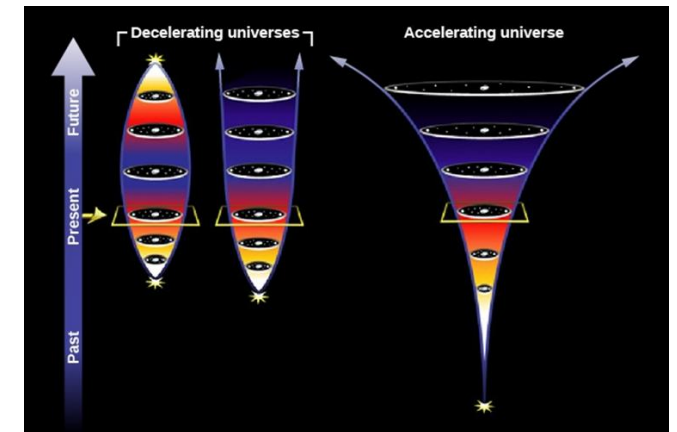
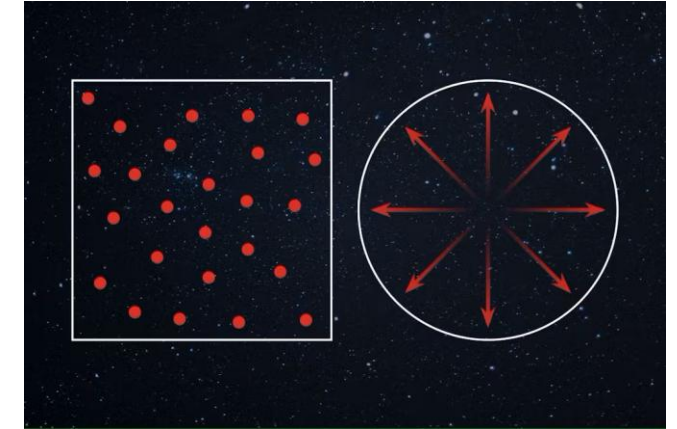
De snelheid waarmee het heelal uitdijt is overal in het heelal even groot. Dat is een direct theoretisch gevolg van het kosmologisch principe, de aanname dat het heelal op grote schaal er in alle richtingen hetzelfde uitziet (isotroop) en dat het op iedere plaats dezelfde eigenschappen bezit (homogeen).

En voor zover we dat kunnen zien en meten klopt dat aardig. In ieder geval binnen het deel van het heelal dat we kunnen waarnemen.

Maar de uitdijingsnelheid is niet constant in de tijd.

Theoretische modellen, gebaseerd op de algemene relativiteitstheorie (of zelfs de Newtoniaanse) en de verdeling van materie en energie laten zien dat door de invloed van materie en energie op de ruimte (ouderswets: de zwaartekracht) de uitdijng moet afnemen. Het hangt alleen van de beginsnelheid van de uitdijng af wat er in de loop van de tijd gebeurt.

Vergelijk het met een raket die je vanaf de aarde lanceert. Als de snelheid heel groot is ontsnapt hij aan het zwaartekrachtsveld van de aarde en blijft zijn afstand steeds groter worden. Is zijn snelheid te klein dan valt hij terug naar de aarde.



37. Is de uitdijingsnelheid constant? II

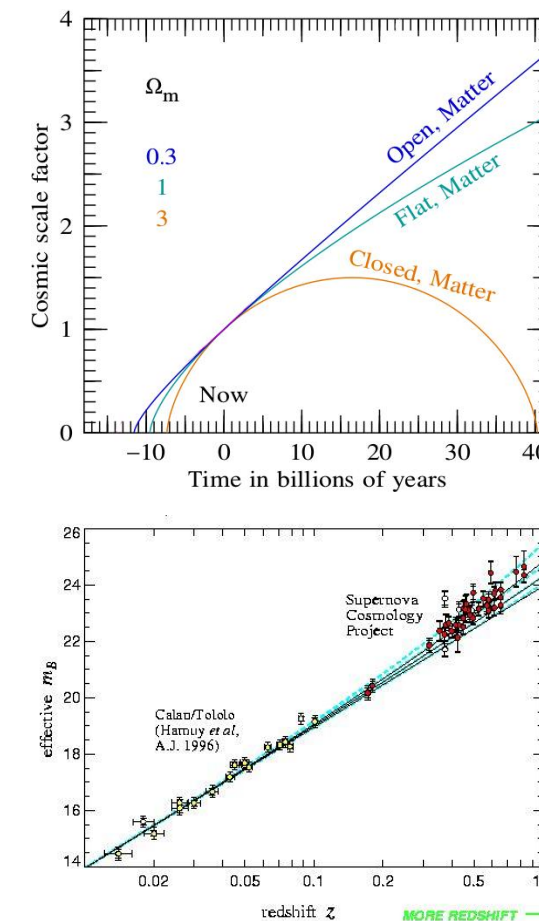
Voor het heelal geldt hetzelfde. Is er veel materie(dichtheid) dat neemt de uitdijingsnelheid snel af en wordt zelfs negatief, het heelal krimpt weer. In andere gevallen blijft het heelal steeds groter worden maar neemt de uitdijingsnelheid af.

Maar als we steeds verder het heelal in kunnen kijken, kijken we ook steeds verder het verleden in en zouden we in staat moeten zijn een eventuele verandering in de uitdijingsnelheid te meten.

Verrassend genoeg leverde onderzoek in de 90er jaren naar zeer verre SN Ia supernovae op dat het heelal juist **versnelt** uitdijt (Saul Perlmutter e.a. kreeg er in 2011 de Nobelprijs voor).

Het is de moeite waard zijn lezing bij gelegenheid van de uitreiking eens te bekijken:

<https://www.nobelprize.org/mediaplayer/index.php?id=1725>



37. Is de uitdijingsnelheid constant? III

Supernovae verder weg (dus langer geleden) hebben een kleinere roodverschuiving dan verwacht, dus is het heelal in al die tijd minder groot geworden dan je op grond van de huidige snelheid zou verwachten. Dus moet de snelheid in het begin (dus op het moment van exploderen) kleiner zijn geweest. Vergeleken met vroeger is de uitdijingsnelheid dus groter geworden.

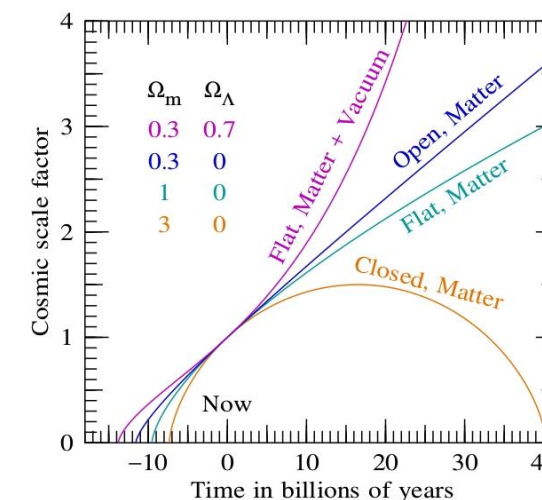
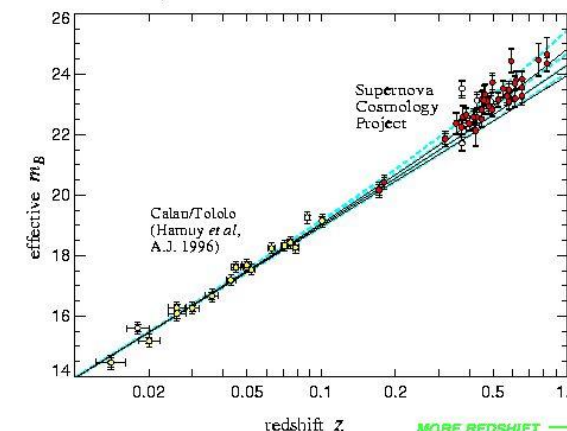
Om die versnelling te kunnen verklaren is er een “afstotende” kracht nodig, tegengesteld aan de “zwaartekracht” van materie. Dat werd de “donkere energie”, de energie van de “lege” ruimte.

Daarmee was de door Einstein als zijn grootste fout beschouwde factor Λ weer terug in de vergelijking.

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

In het algemeen wordt nu in modellen een verhouding tussen (Ω_m) massa (incl. donkere materie) en (Ω_Λ) donkere energie van ongeveer 0,3 op 0,7 aangenomen. *N.B. Bedenk dat in een uitdijend heelal Ω_Λ het al gauw wint van want de dichtheid van donkere energie blijft constant, terwijl de dichtheid van massa afneemt met de derde macht!*

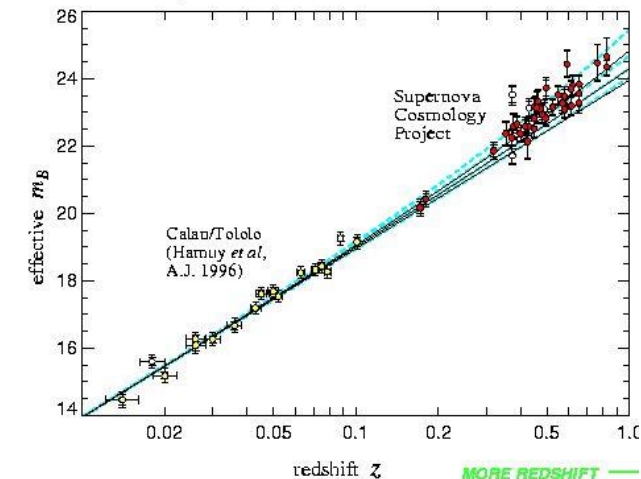
37.1 Houdt donkere energie zich aan de behoudswetten?





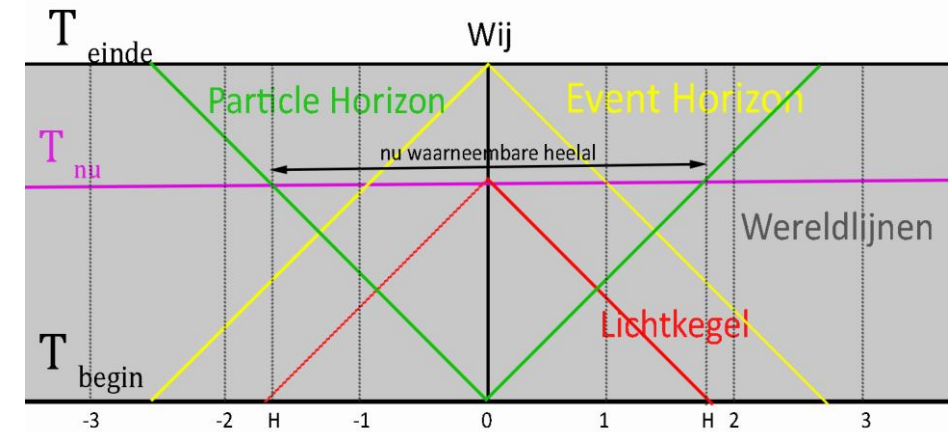
Merk op dat een lagere roodverschuiving ook geïnterpreteerd kan worden als een grotere afstandsmodulus.

Als het heelal op dit moment versneld uitdijt moet de uitdijingssnelheid “kort” hiervoor lager zijn geweest en dus is de tijd $(t_{\text{nu}} - t_{\text{ev}}) > (t_{\text{nu}} - t_{\text{ec}})$. Het licht van de explosie is in het geval van een versnelde uitdijng dus langer onderweg geweest. Het licht heeft in die langere tijd dus een grotere afstand afgelegd en is dus ook de afstandsmodule van de supernova groter, en dat is precies wat we zien!



38. Afstanden en Horizonnen I

Met alle informatie die we nu hebben, zowel uit de resultaten van de hele kosmische ladder als uit een goed model voor de evolutie (en met name van de schaalgrootte) van het heelal kunnen we eindelijk wat gaan zeggen over afstanden op grote schaal waar uitdijingseffecten een rol gaan spelen.



Voor we naar een ingewikkeld diagram gaan kijken van een uitdijend heelal, kijken we eerst naar een statisch heelal om enige nieuwe begrippen te introduceren.

Op T_{begin} ontstaat het heelal, en op T_{einde} komt er abrupt een eind aan. Wijzelf zitten op de hartlijn en van andere stelsels zijn op diverse afstanden hun wereldlijnen getekend. De rode kegel “loopt” met ons mee en we zien alles wat op die rode lijn zit. Naarmate de tijd vordert krijgen we steeds meer zien. De grens ervan wordt aangegeven door de groene lijn en voor “ T_{nu} ” is aangegeven hoe groot ons waarneembare heelal is. Wereldlijn H is nog net te zien. Het is ook duidelijk dat we H zien zoals het was bij het begin van dit heelal. Ons waarneembare heelal wordt mettertijd groter. Als het einde daar is, valt de lichtkegel samen met de gele kegel. Alles daarbinnen is alles wat we ooit hebben kunnen zien en wat daarbuiten ligt hebben we niet gezien en zullen we ook nooit zien.

38. Afstanden en Horizonnen II

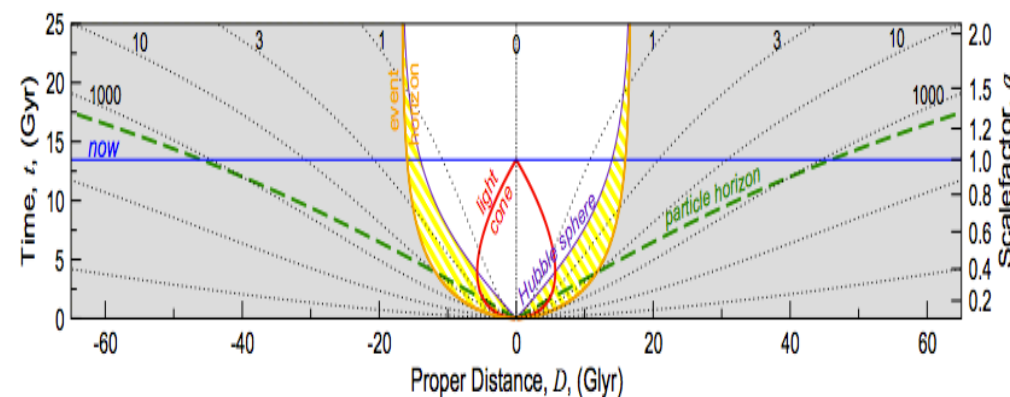
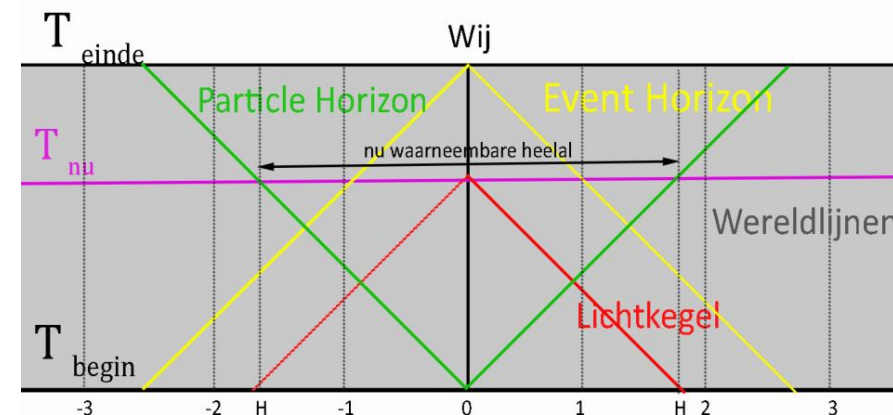
Nu kunnen we het uitdijend heelal te lijf.

Het tweede diagram laat op basis van modelberekeningen hetzelfde zien maar dan voor een uitdijend heelal waarvan de uitdijng op een gegeven moment versnelt. Met de berekening ervan gaan we niemand lastig vallen.

We starten op $T=0$ met alle wereldlijnen in een punt, de oerknal. Vanwege de uitdijng wijken alle wereldlijnen verder naar buiten, en vanaf een zeker moment steeds sneller omdat de uitdijng versnelt.

Alles langs de rode lijn (de lichtkegel) is wat we op dit moment kunnen zien. Mettertijd benadert die lichtkegel de event horizon. We lezen ook af dat de straal van ons waarneembaar heelal op dit moment ruim 45 miljard lichtjaar is. Realiseer je dat we die objecten op die afstand niet zien zoals ze nu zijn, waarschijnlijk melkwegstelsels als het onze, maar het 3000°K hete gas waaruit die stelsels later zijn ontstaan.

Zie ook: <https://www.youtube.com/watch?v=eVoh27gJgME>



En daar laten we het voorlopig bij.

Uit het plaatje kunnen we nog veel meer halen maar dat laten we aan de kosmologen.

39. Het einde van de ladder?

Onze ladder reikt nu tot 45 miljard lichtjaar en we zien licht dat bijna 14 miljard jaar onderweg is geweest en vertrokken is toen het heelal een heel stuk kleiner was en pas 380.000 jaar oud.

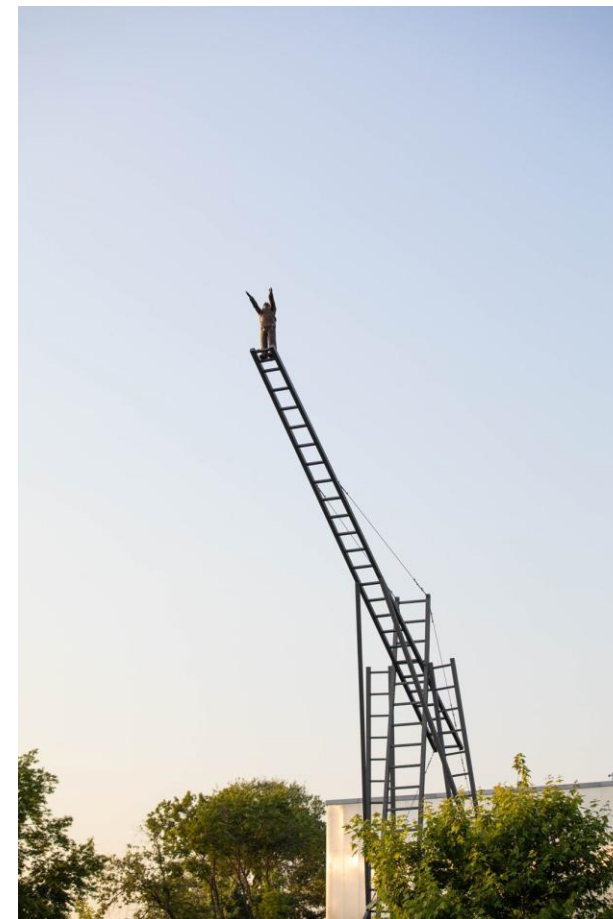
De tijd daarvoor was het heelal ondoorzichtig: dus verder terugkijken (en dus ook verder weg) kunnen we niet.

Zijn we nu aan het einde van de ladder gekomen?

Misschien nog niet.

We hebben het tot nu toe alleen maar over licht (elektromagnetische straling) gehad maar er liggen andere mogelijkheden in het verschiet. Het hete plasma van het oerheelal is niet “ondoorzichtig” voor neutrino’s en zwaartekrachtgolven.

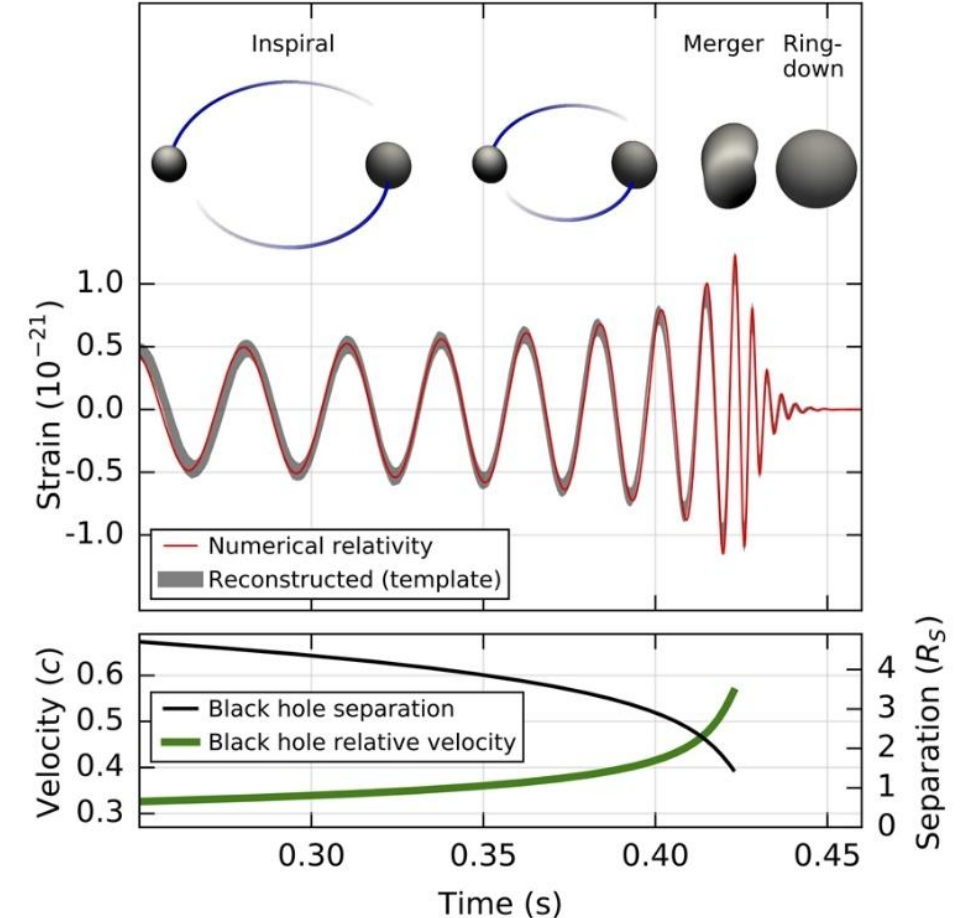
Afstanden meten met behulp van neutrino’s hebben we nog niet onder de knie maar voor zwaartekrachtgolven hebben we al resultaat geboekt, al zijn we nog lang niet zover dat we zwaartekrachtgolven uit het (oerplasma) kunnen ontvangen.



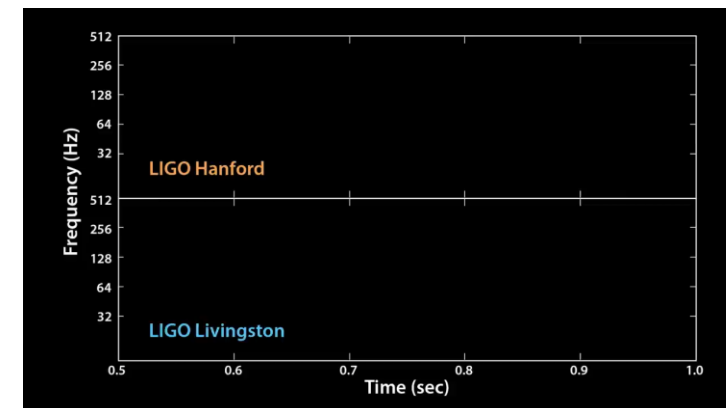
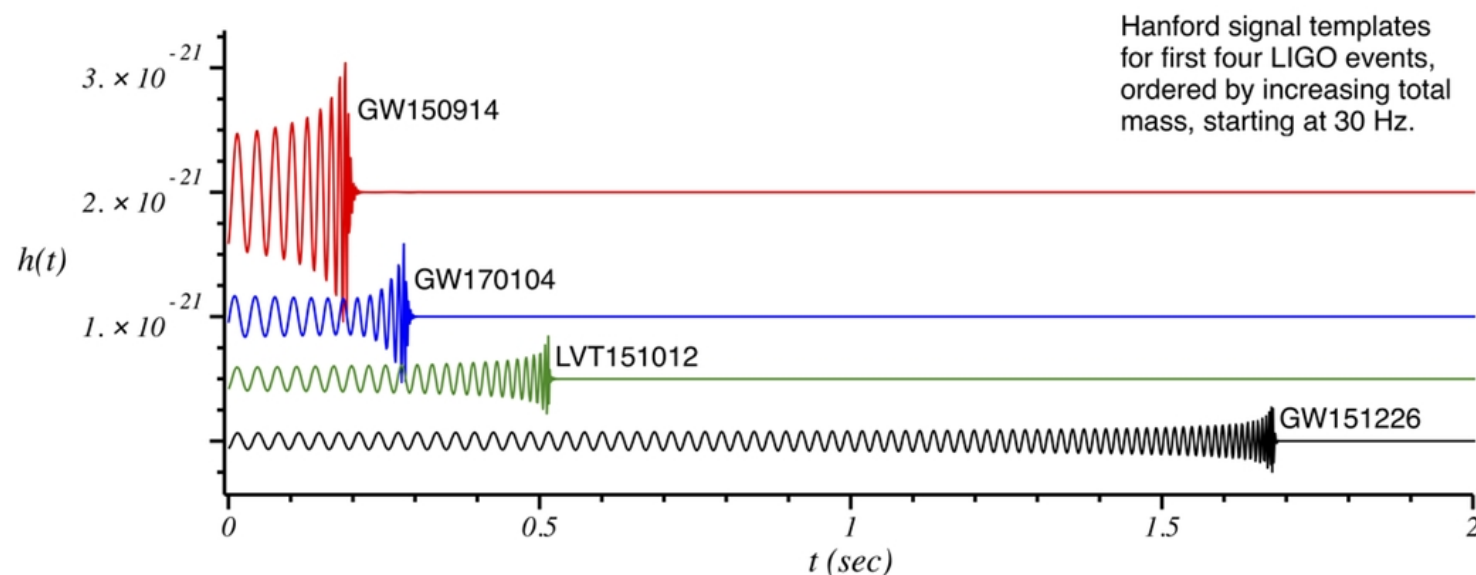
40. Zwaartekrachtgolven I

Met de ontdekking/waarneming van zwaartekrachtgolven hebben we er weer een krachtige methode om afstanden te meten bij gekregen. Het mooie is dat hij onafhankelijk is van andere methodes en een absolute afstand geeft. Als twee zware objecten (zwarte gaten, neutronensterren) om elkaar heen draaien verandert het zwaartekrachtveld periodiek met een periode van de rotatietijd. Er ontstaat een golfpatroon met dezelfde periode. Als ze steeds dichter om elkaar heen gaan draaien en ten slotte samen smelten zenden ze dus steeds korter wordende zwaartekrachtgolven uit: de ruimte krimpt en uitzet met een steeds groter wordende frequentie. Vergelijk ze met geluidsgolven waarbij de luchtdruk oscillerend toeneemt en afneemt.

Met speciale instrumenten kunnen we tegenwoordig deze zwaartekrachtgolven meten.



40. Zwaartekrachtgolven II



Hierboven zie je de ontvangen signalen (chirps) van vier zulke mergers. Uit de frequentie(variatie) kunnen via modellen de massa's van de afzonderlijke objecten berekend worden en vervolgens ook de amplitude van de uitgezonden gravitatiegolf. Uit het grootteverschil met de amplitude van de ontvangen golven kan dan de afstand berekend worden.

40. Zwaartekrachtgolven III

Als er metingen zijn van verschillende stations op aarde kan uit het verschil in tijd van ontvangst de richting bepaald worden en met “optische” middelen de bron (althans het melkwegstelsel) van de zwaartekrachtgolf. (Met samensmeltende neutronensterren is dat het makkelijkst want daarbij komt ook een hoop energie vrij in het optisch gebied). Als dan de roodverschuiving bepaald kan worden hebben we een directe ijking van de Hubbleconstante.

Onlangs werd het signaal van de fusie van 2 neutronensterren gedetecteerd (GW170817). De chirp leverde een massa op van ~ 3 zonsmassa's en een afstand van $\sim 40 \text{ Mpc}$. Dat signaal is ook door VIRGO (een ander observatorium van zwaartekrachtgolven in Italië) gedetecteerd en vervolgens door optische waarnemstations gezien en gemeten. Daaruit werd het sterrenstelsel gevonden waar de gebeurtenis plaatsvond (NGC4993), en daarmee de roodverschuiving. Dat leverde een waarde voor H_0 op die goed overeenkomt met de waarde uit andere waarnemingen: $62 - 82 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$. De hoop is uiteraard meer van dergelijke metingen te doen waarmee we steeds nauwkeuriger de schaal en evolutie van het heelal kunnen bepalen.

Wil je zelf nog het e.e.a. narekenen

40. Zwaartekrachtgolven IV

Pocket Formulae for Gravitational Wave Binaries

- Because binaries are expected to be among the most prevalent of gravitational wave sources, it is useful to have a set of pocket formulae for quickly estimating their characteristics on the back of old cell phone bills; you can go back and do all the crazy stuff above if you need an accurate computation.
- For a gravitational wave binary with masses m_1 and m_2 , in a circular orbit with gravitational wave frequency $f = 2f_{orb}$, then:

$$\text{chirp mass} \quad \mathcal{M}_c = \frac{(m_1 m_2)^{3/5}}{(m_1 + m_2)^{1/5}}$$

$$\text{scaling amplitude} \quad h_o = 4 \frac{G}{c^2} \frac{\mathcal{M}_c}{D} \left(\frac{G}{c^3} \pi f \mathcal{M}_c \right)^{2/3}$$

$$\text{chirp} \quad \dot{f} = \frac{96}{5} \frac{c^3}{G} \frac{f}{\mathcal{M}_c} \left(\frac{G}{c^3} \pi f \mathcal{M}_c \right)^{8/3}$$

- The *chirp* indicates that as gravitational waves are emitted, they carry energy away from the binary. The gravitational binding energy decreases, and the orbital frequency increases. The gravitational wave *phase* $\phi(t)$ evolves in time as

$$\phi(t) = 2\pi \left(f t + \frac{1}{2} \dot{f} t^2 \right) + \phi_o ,$$

41. Tot slot

