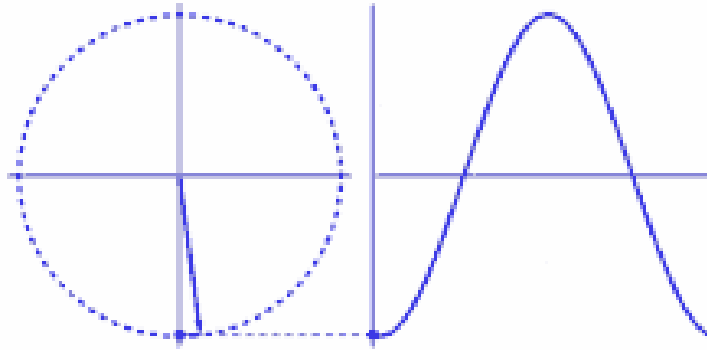


Quantummechanica, een nieuwe realiteit?

LWSK workshop 4-11-2025

Nico Roos

$$\frac{\partial}{\partial t} |\Psi(t)\rangle = -\frac{i}{\hbar} \mathbf{H} |\Psi(t)\rangle$$



$$\psi(x, t) = Ae^{i(kx - \omega t)}$$

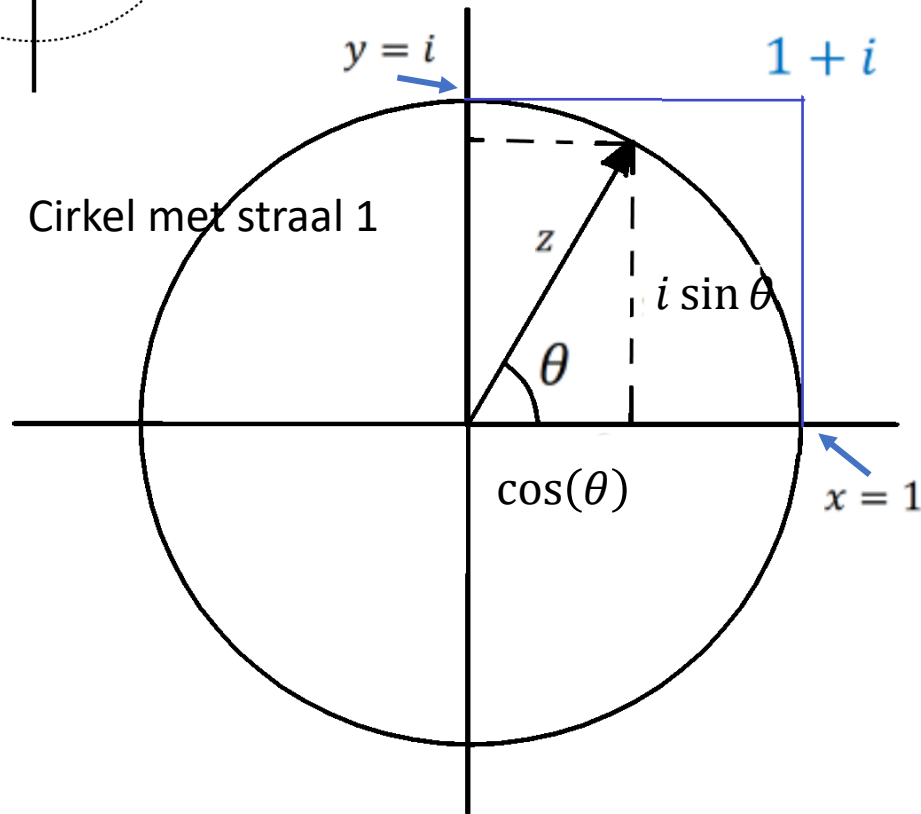
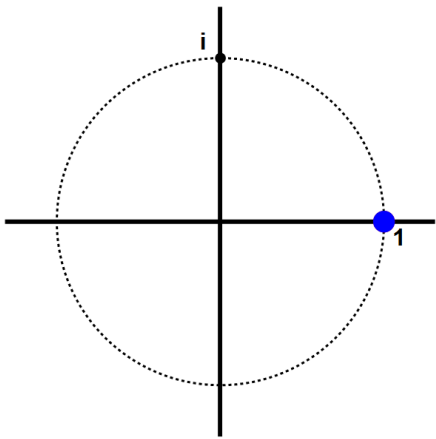
$$= Ae^{i\theta}$$

Phase factor

Quantummechanica, een nieuwe realiteit?

LWSK workshop 4-11-2025

Nico Roos



Imaginaire (of complex) getal: $i^2 = -1$

$$z = \cos(\theta) + i \sin \theta = e^{i\theta}$$

Lengte van z in het kwadraat (Pythagoras): **reëel getal**

$$\begin{aligned} |z|^2 &= \underbrace{z^*}_{\text{Inproduct}} z = (\cos \theta - i \sin \theta)(\cos \theta + i \sin \theta) \\ &= \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1 \end{aligned}$$

Inproduct

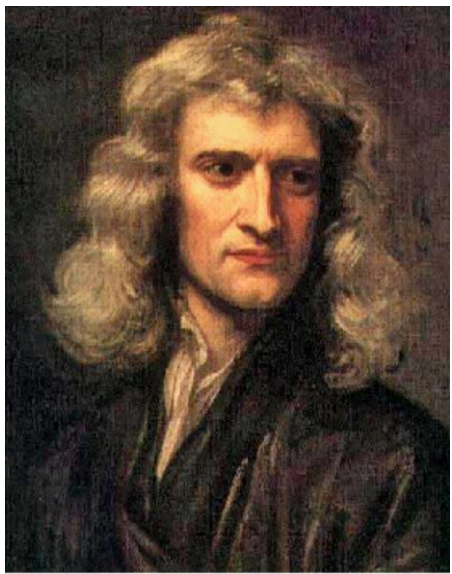
(Syll. Hfdst 10)

Quantummechanica, een nieuwe realiteit?

LWSK workshop 4-11-2025

Nico Roos

- I. Golven en deeltjes
- II. Wat zijn die golven eigenlijk
- III. Experimenten met fotonen (delayed choice, meting zonder interactie)
- IV. Wat is verstrengeling (“Entanglement”)
- V. “Hidden variables”? Bell’s ongelijkheden



Isaac Newton

1643-1727



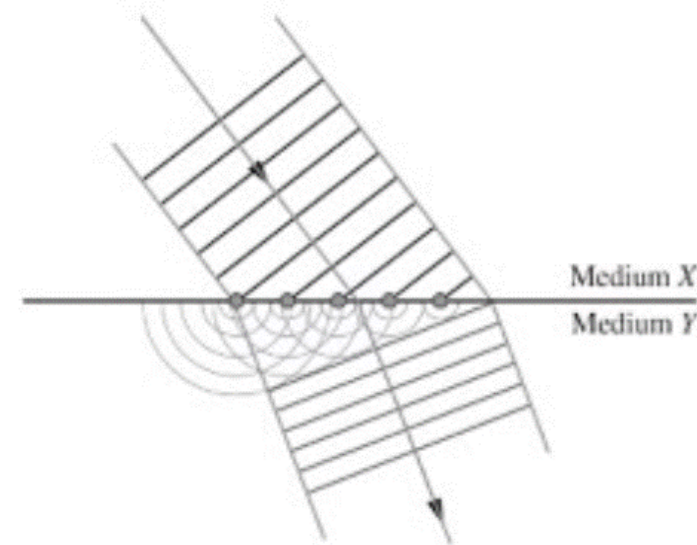
Newton

Deeltjes

Golven en/of deeltjes

Licht

VS



Huygens

Golven



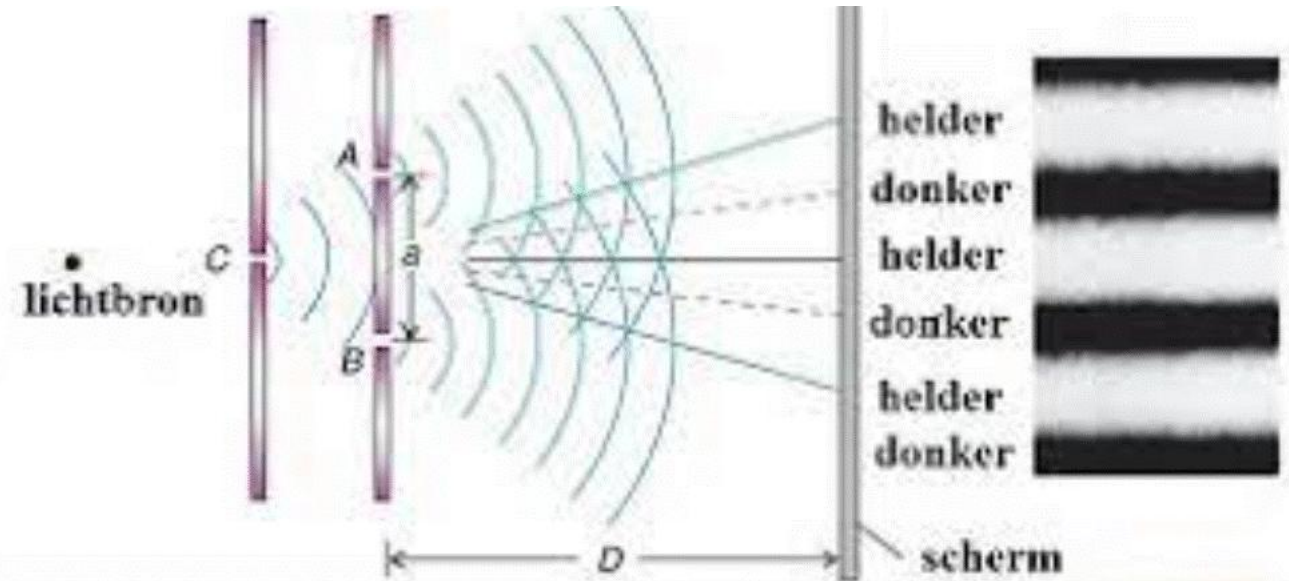
Christiaan Huygens

1629-1695

Golven en/of deeltjes

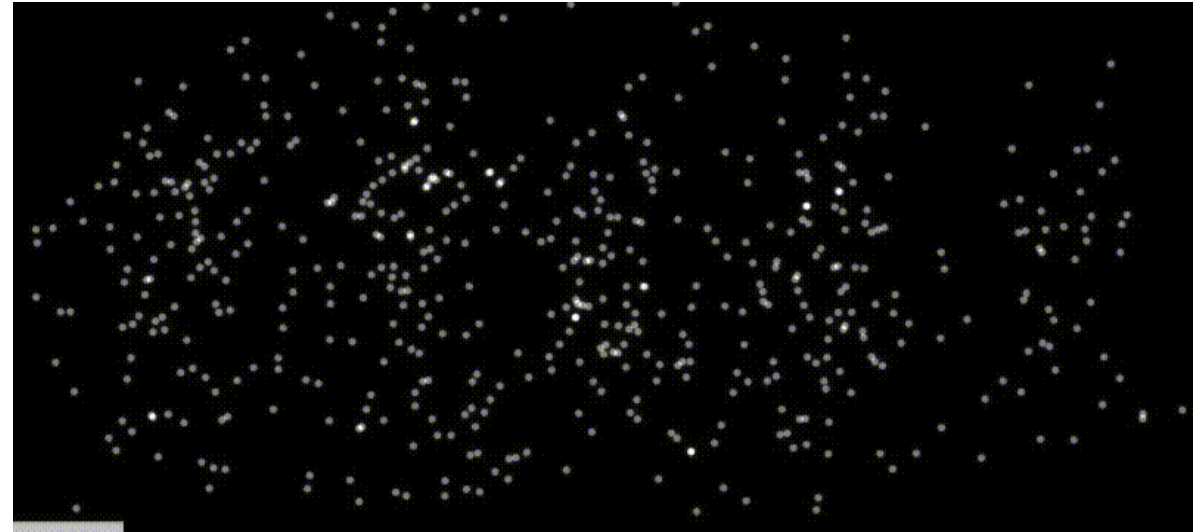
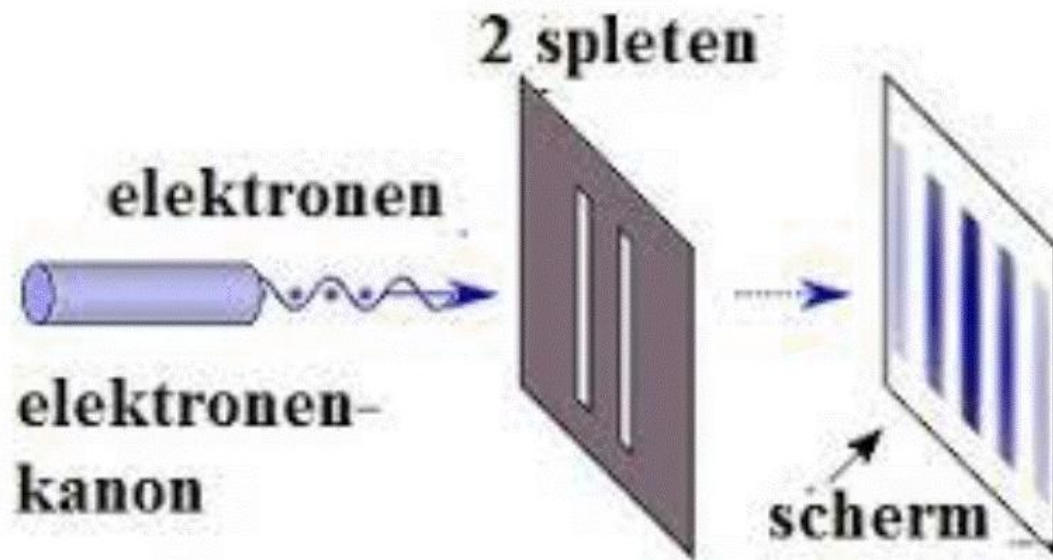
Thomas Young 1801

Licht



Deeltjes gedragen zich ook als golven

1927 Twee spleten experiment met elektronen



Geschiedenis van de quantummechanica

Enkele hoogtepunten

1900 Plancks formule. **Licht wordt in kwanta uitgezonden.**

1905 Einstein: Foto-elektrisch effect 1905

1913 Bohr: atoom model

1922 Stern-Gerlach experiment

1924 De Broglie: matter waves $h\nu_0 = mc^2$, $p = \gamma mv = h/\lambda$.

1925 Pauli uitsluitingsprincipe; Goudsmit en Uhlenbeck: electronspin: **“Een niet klassiek beschrijfbaar”** eigenschap.

1926 Schrödinger vergelijking

1927 Matter waves experimenteel bevestigd (o.a. Thomson en Reid in electron diffractie experiment)

1935 Einstein, Podolsky en Rosen (EPR) artikel

1964 John Bell's ongelijkheden om de “hidden variables” theorie te testen

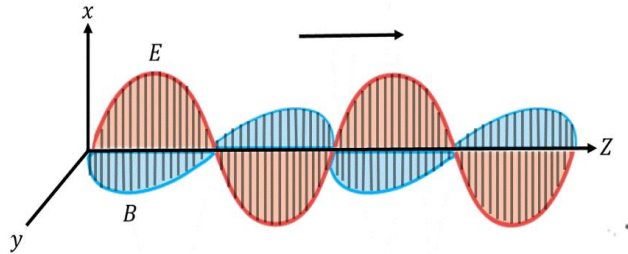
1981 Alain Aspect, Philippe Grangier en Gerard Roger doen het eerste experiment om Bell te testen.

Wat zijn die golven eigenlijk

Fotonen

$$E_{foton} = h\nu$$

EM-golven



Intensiteit van licht $I \propto E^2 \propto$ fotonendichtheid

$$E \rightarrow E^2$$

Massieve deeltjes

$$E_{deeltje} = \gamma mc^2 \quad p = h/\lambda$$



$$\Psi \rightarrow |\Psi|^2$$

In de QM worden materie golven beschreven door een (complexe) toestandsvector (golffunctie) : Ψ

Wat zijn die golven eigenlijk

Ψ of $|\Psi\rangle$

Toestandsvector
Golffunctie
Ket

De toestandsvector bevat alle informatie die we hebben over een fysische toestand.

Toestandsvectoren zijn **complexe vectoren** (functies of matrices) in de Hilbert ruimte.

$$\Psi(r, \sigma) \quad \text{Meting} \rightarrow \Psi(r_0, \uparrow)$$

Die Hilbert ruimte voor deze Ket is een combinatie van een 2-dimensionale ruimte voor de spin σ en een oneindig (aftelbare) dimensionale ruimte voor de positie r .

De toestandsvector bepaalt de kans dat een deeltje een **bepaalde eigenschap** heeft, bijv. positie of spin.

De kans dat een deeltje de eigenschap $(r_0, \uparrow)$ is gelijk aan: $|\Psi|^2 = \underbrace{\Psi^* \Psi}_{\text{Inproduct}} \text{ of } \langle \Psi | \Psi \rangle$
Bra - Ket

Wat zijn die golven eigenlijk

Ψ of $|\Psi\rangle$

Toestandsvector
Golffunctie
Ket

Schrödinger:
$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi = H\Psi$$

Beschrijft de evolutie van de golf
H is de **energie** operator (Hamiltoniaan)

Oplossing: $\Psi = e^{-i\omega t} = \cos(\omega t) - i \sin(\omega t), \quad \frac{E}{\hbar} = \omega$ Golffunctie → interferentie

$$|\Psi|^2 = \Psi^* \Psi$$

Waarschijnlijkheid ≥ 0

Toestandsvectoren Ψ

Vectoren in Hilbert ruimte, bijv.
voor een deeltje met spin 1/2

$$\Psi(r, \sigma, t) = \psi_{\sigma} \psi(x, t)$$

Hilbert ruimte

X-ruimte

Dim = ∞



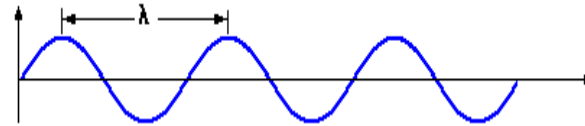
Spin $\frac{1}{2}$ -ruimte

Dim = 2

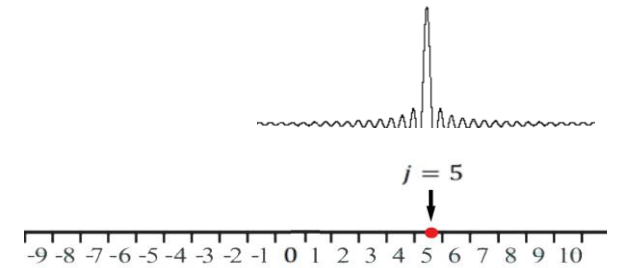
Functie

$$\psi(x, t) = \sin(kx + \omega t)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 1, 2, 3, \dots, \infty$$

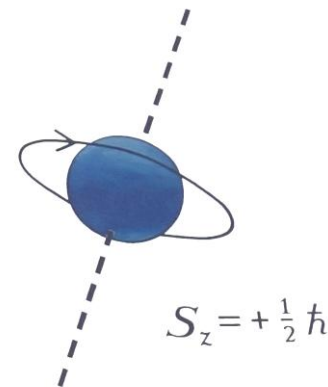


of



Spin kolommatrix

$$\psi_{\sigma} = \frac{1}{2} \hbar \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \text{ of } \frac{1}{2} \hbar \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$



Toestandsvectoren $\Psi(r, \sigma, t) = \psi_\sigma \psi(x, t)$

Hoe meten we observabelen (positie, impuls, spin) ?

- Ψ bevat alle informatie die je hebt over het systeem dat je hebt voorbereid
- Bij elke variabele hoort een (Hermitische) operator bijv. H
- Laat de Operator op Ψ werken en vind de reële eigenwaarden : $H\Psi_i = E_i\Psi_i$ en bijbehorende eigenfunctie Ψ_i
- De golffunctie: bij een meting geeft $|\Psi_i|^2$ de waarschijnlijkheid voor een bepaalde E_i

Golffunctie

$$\psi(x, t) = \sin(kx + \omega t)$$

Positie operator X : $X\psi = x\psi$

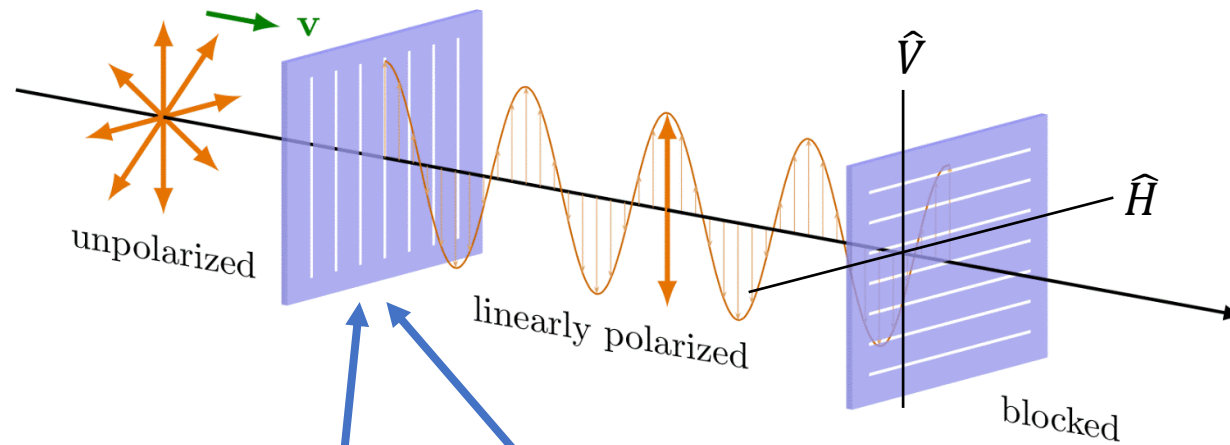
Impuls operator P : $P\psi = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \psi =$

$$\psi_\sigma = \frac{1}{\sqrt{2}} \hbar \left[\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right]$$

(Spinor)

Spin operator S : $S_z\psi_\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \psi_\sigma = \sigma_z \psi_\sigma$

EM golven en QM golven (fotonen)



Klassiek

$\vec{E}$ is de amplitude van de EM-golf

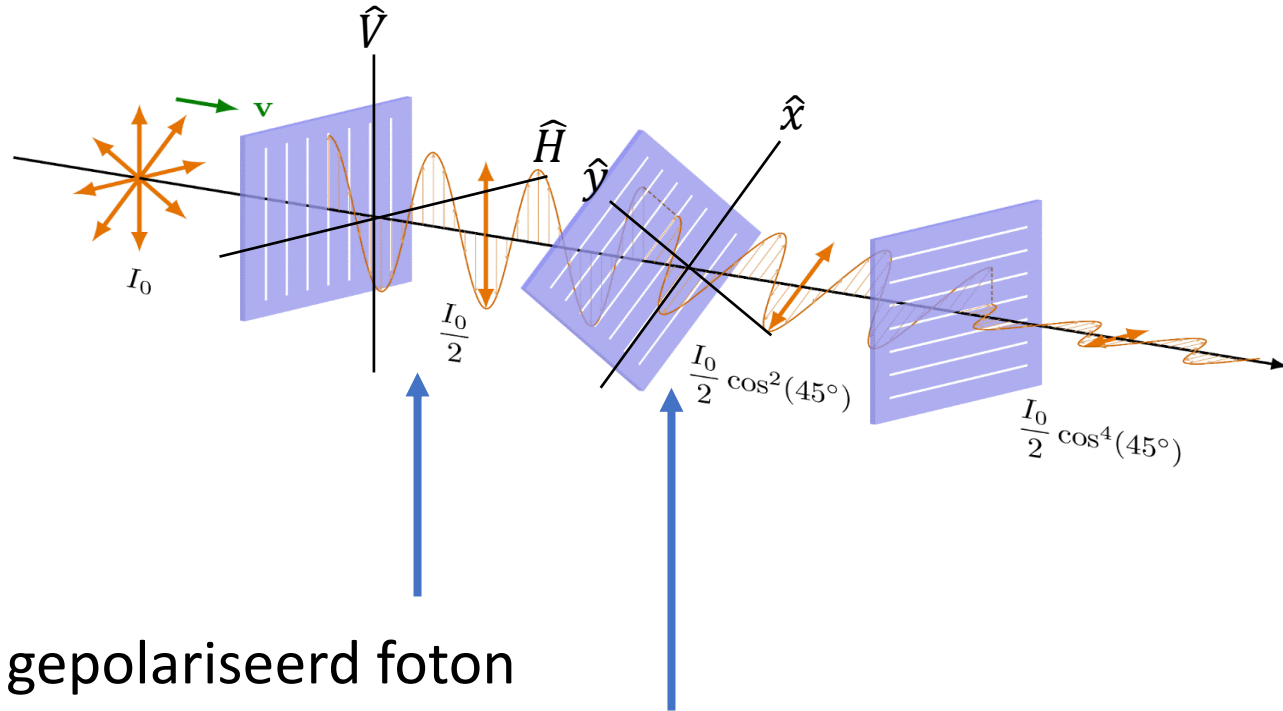
$I \propto |\vec{E}|^2 \propto \text{energie dichtheid}$ wordt gehalveerd

QM

$|\Psi(\uparrow)|^2$ wordt gehalveerd
50% van de fotonen gaat door

EM golven en QM golven (fotonen)

Individuele fotonen.



Verticaal gepolariseerd foton

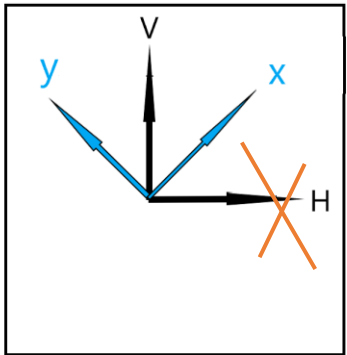
Wat is nu zijn polarisatierichting?

Wat bepaalt of het foton doorgaat of niet?

EM golven en QM golven (fotonen)

De Polariserende Beam Splitter: **Individuele fotonen**

Na eerste filter:



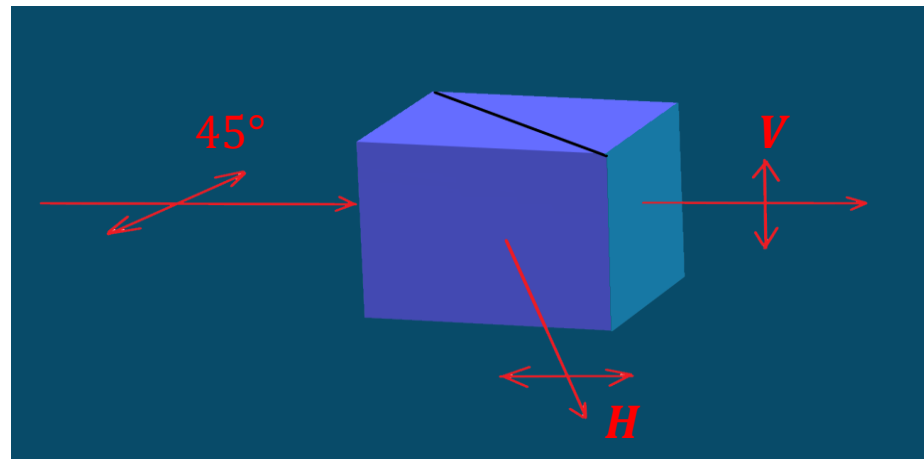
EM-golven



QM-toestand (golf) na BS

$$|\Psi\rangle = |\nearrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle + |\rightarrow\rangle)$$

Superpositie toestand



Detector 1

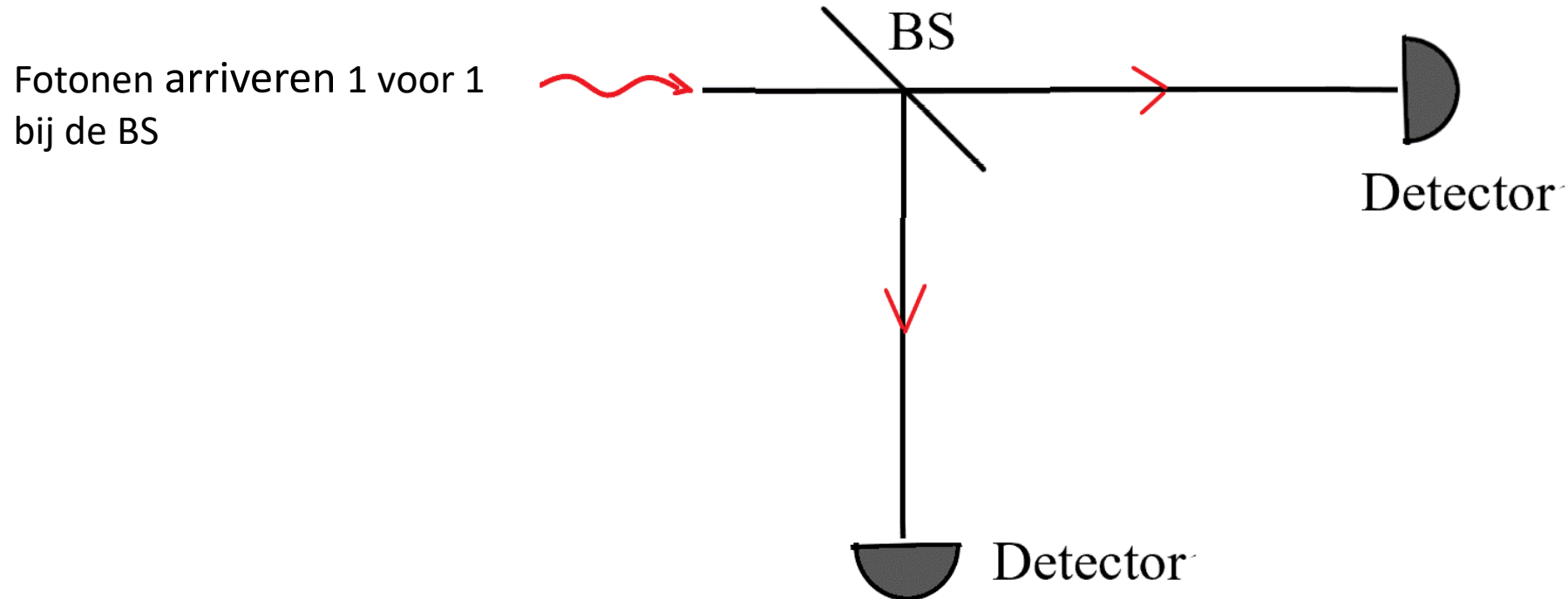
Detector 2

Bij **meting** (detectoren):

Foton maakt random keuze:
50% H en 50% V

Experimenten met fotonen I

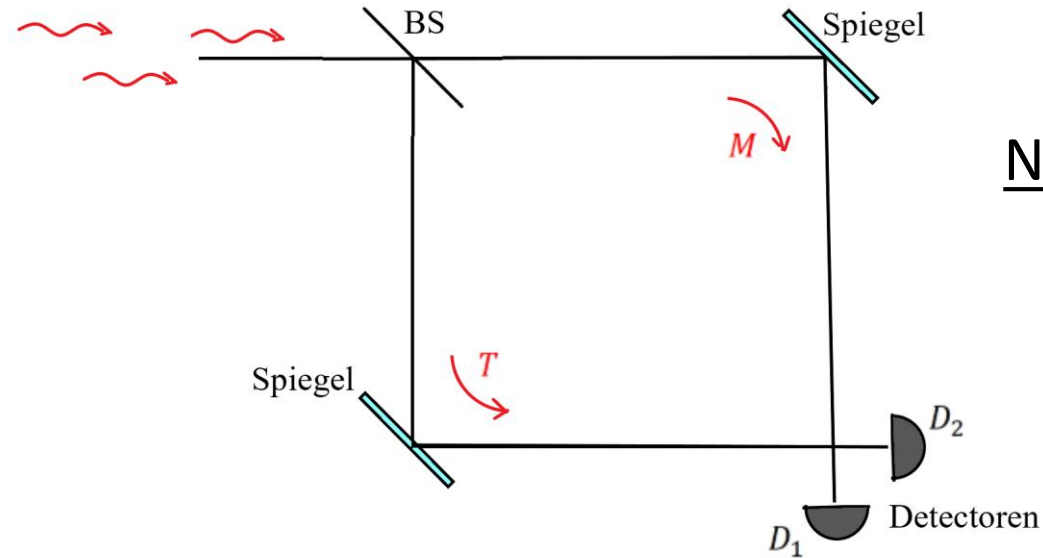
De Beam 50-50 splitter (BS)



Na de BS is het foton in een superpositie toestand.
Hoe en waar wordt bepaald welke detector afgaat?

Experimenten met fotonen I

Mach-Zehnder-interferometer



Na BS: Superpositie toestand

$$|\psi\rangle_{na\ BS} = \frac{1}{\sqrt{2}} [|M\rangle + i|T\rangle]$$

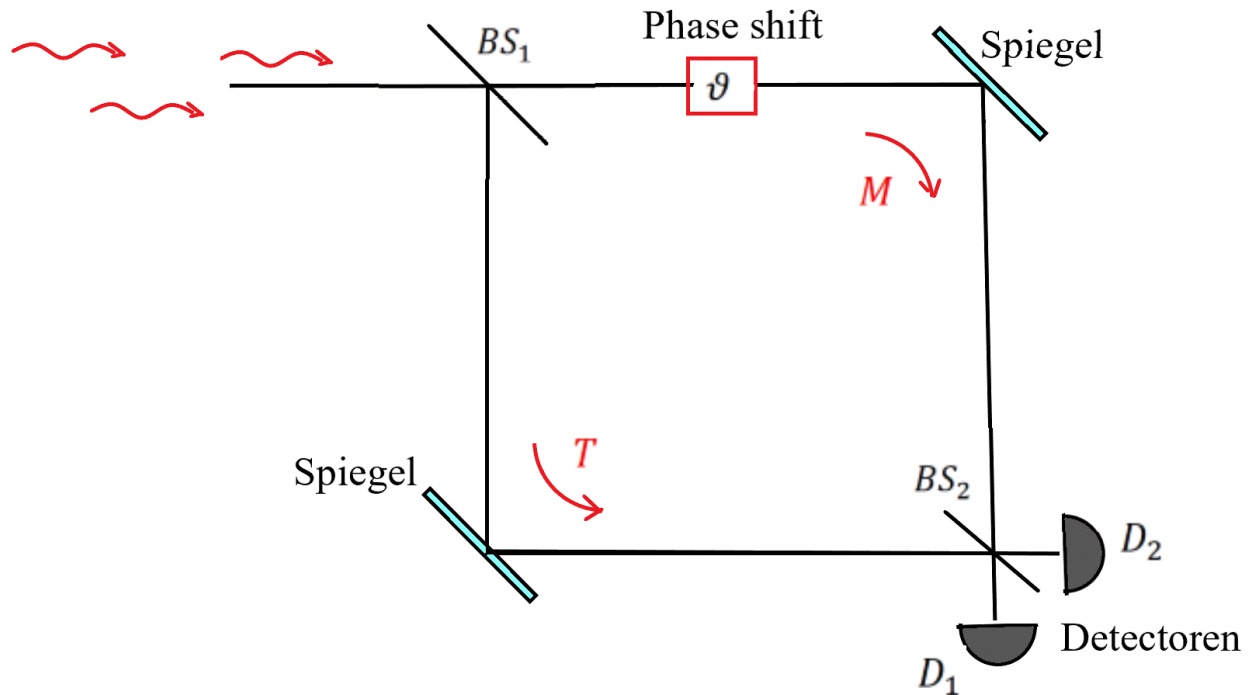
Faseverandering
door reflectie

De detectoren geven aan langs **welk pad** het foton heeft gereisd (beide 50% kans)

Geen interferentie

Experimenten met fotonen I

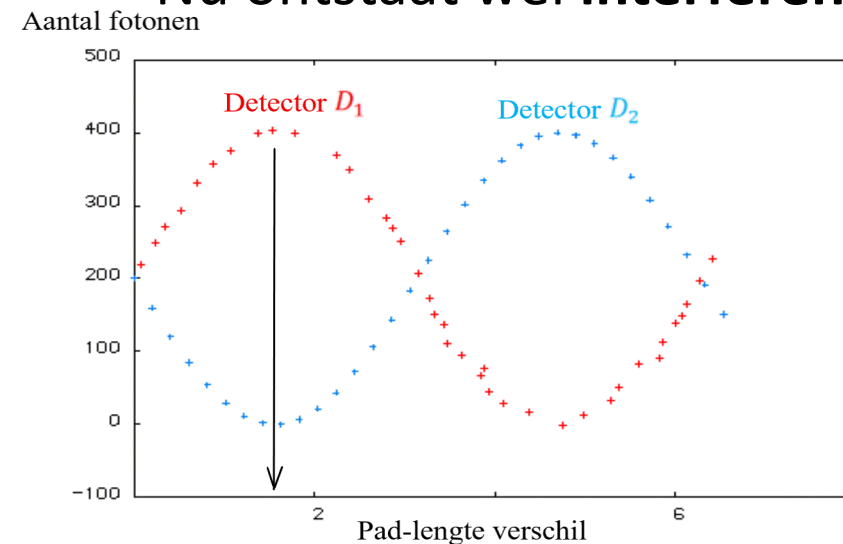
Mach-Zehnder-interferometer



De fase verschuiving θ wordt bijv. veroorzaakt door een weglengte verschil tussen M en T .

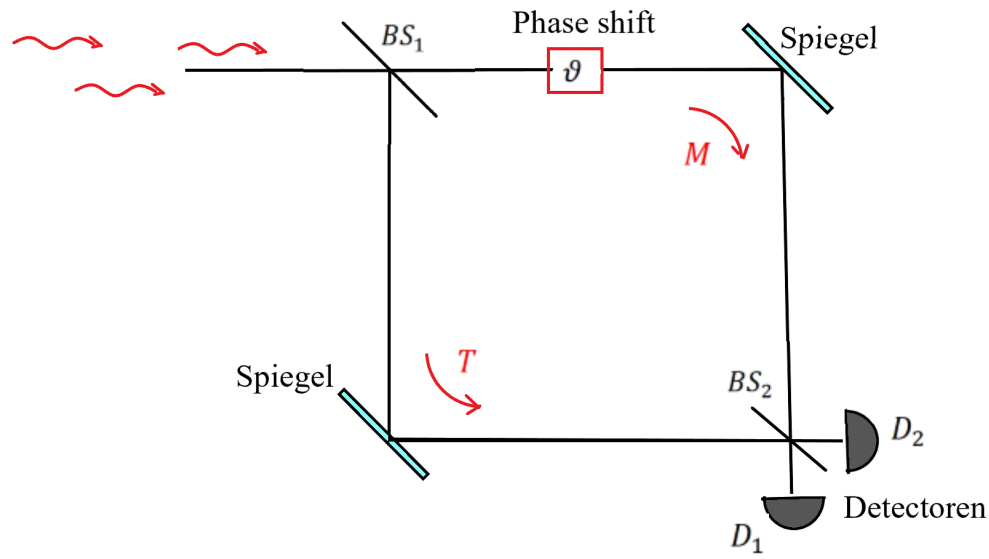
In BS_2 heeft het foton opnieuw twee mogelijkheden

Nu ontstaat wel interferentie.



Experimenten met fotonen I

Mach-Zehnder-interferometer



$$|\psi\rangle_{na\ BS_1} = \frac{1}{\sqrt{2}} [|M\rangle + i |T\rangle]$$

$$|\psi\rangle_{tot\ BS_2} = \frac{1}{\sqrt{2}} [e^{i\vartheta} |M\rangle + i |T\rangle]$$

In BS_2 kiest het foton opnieuw welk pad het neemt

$$|M\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|D_1\rangle + i |D_2\rangle)$$

$$|T\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|D_2\rangle + i |D_1\rangle)$$

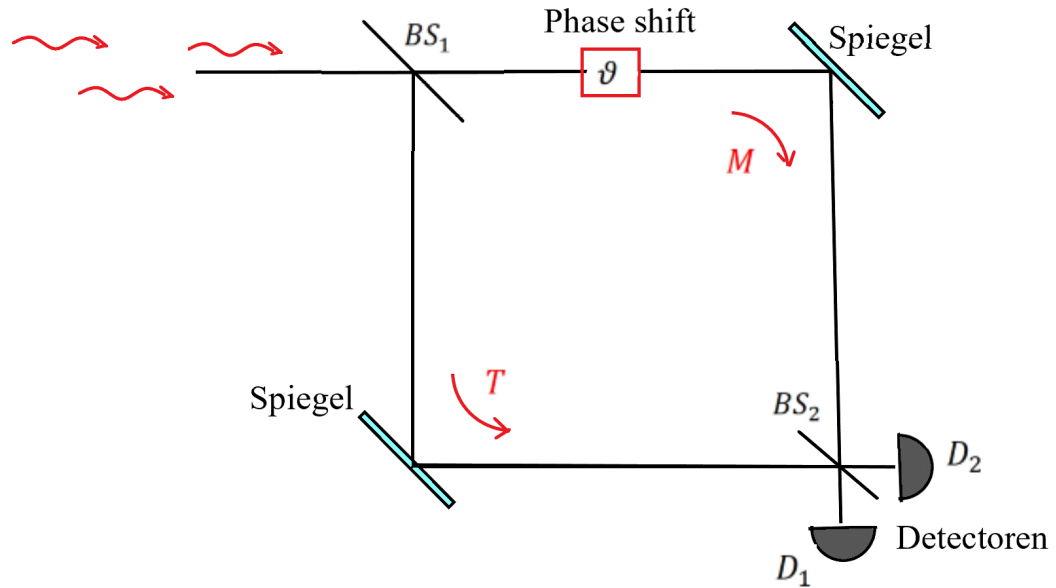
Nu ontstaat **interferentie**

$$|\psi\rangle_{na\ BS_2} = \frac{1}{2} [(e^{i\vartheta} - 1) |D_1\rangle + i(e^{i\vartheta} + 1) |D_2\rangle]$$

$$P_{D_1} = \frac{1}{2} (1 - \cos \vartheta) \quad \text{en} \quad P_{D_2} = \frac{1}{2} (1 + \cos \vartheta)$$

Experimenten met fotonen I

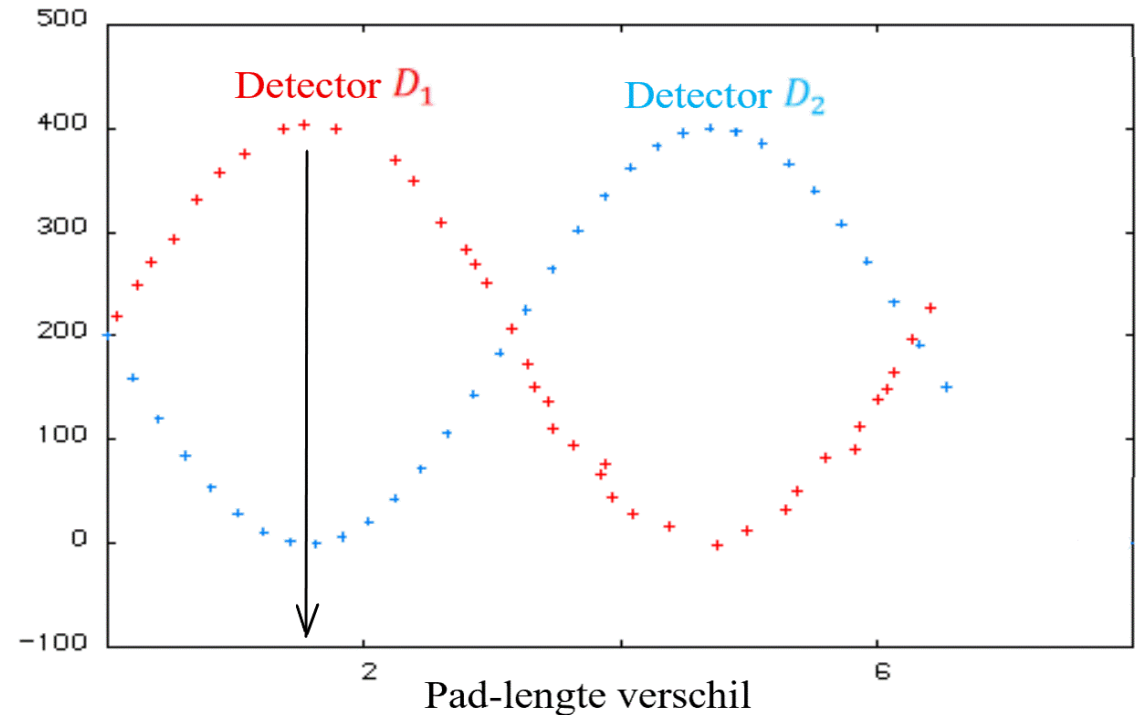
Mach-Zehnder-interferometer



Nu ontstaat **interferentie**

$$P_{D_1} = \frac{1}{2}(1 - \cos \vartheta) \quad \text{en} \quad P_{D_2} = \frac{1}{2}(1 + \cos \vartheta)$$

Aantal fotonen

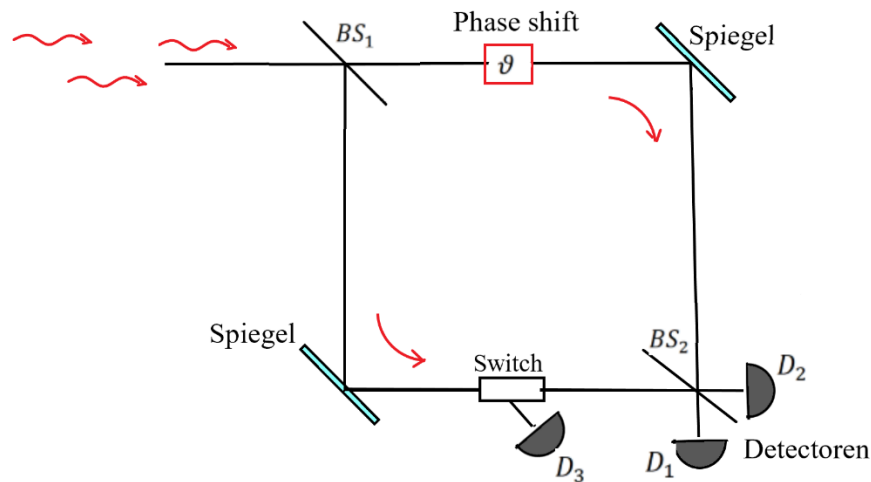


Experimenten met fotonen II

Mach-Zehnder-interferometer

Delayed choice experiment

Hoe en waar wordt bepaald welke detector afgaat?



Interferentie

Switch is uit: D_3 detecteert niets. De Fase verschuiving is zo ingesteld dat alleen detector D_1 afgaat

Switch is aan: D_1 gaat af en toe af $\rightarrow$ pad is bekend

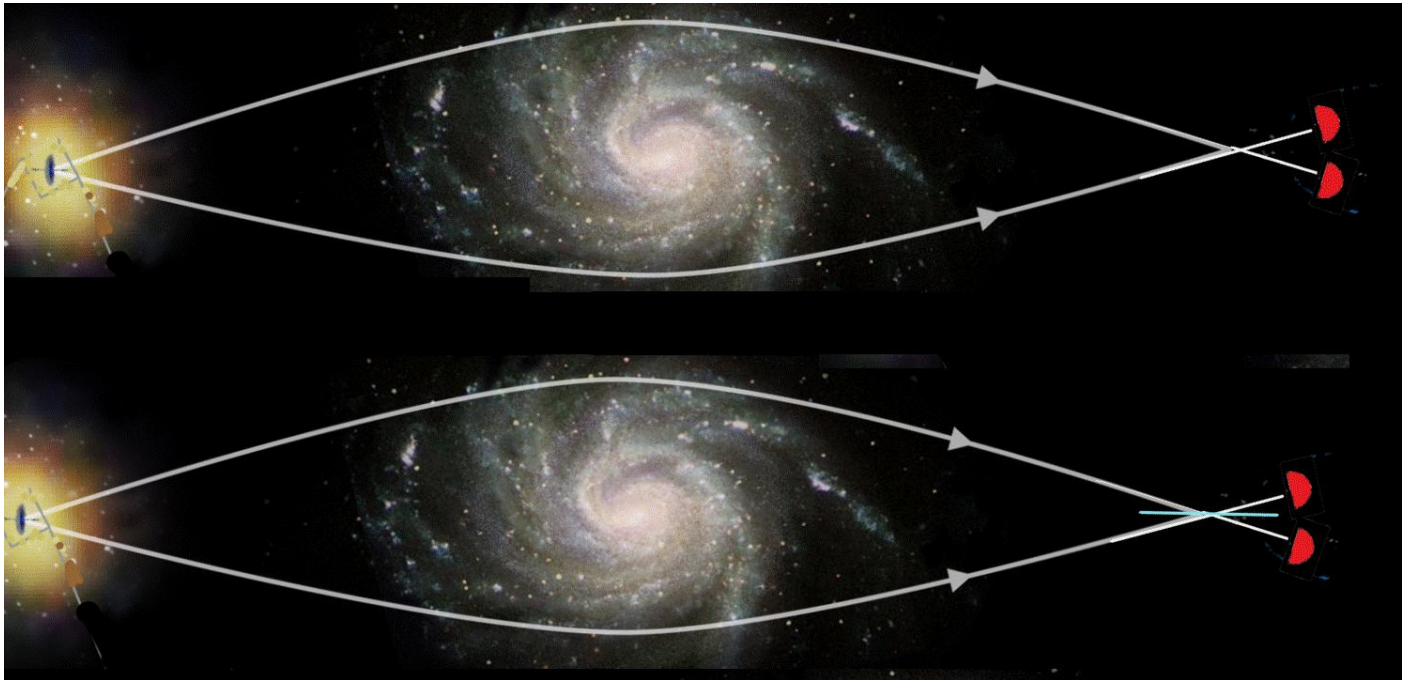
D_2 gaat nu ook af en toe af. $\rightarrow$ geen interferentie

Golffunctie is ingestort

Experimenten met fotonen II

Mach-Zehnder-interferometer

Delayed choice experimenten



N.B. Fotonen komen 1
voor 1 binnen

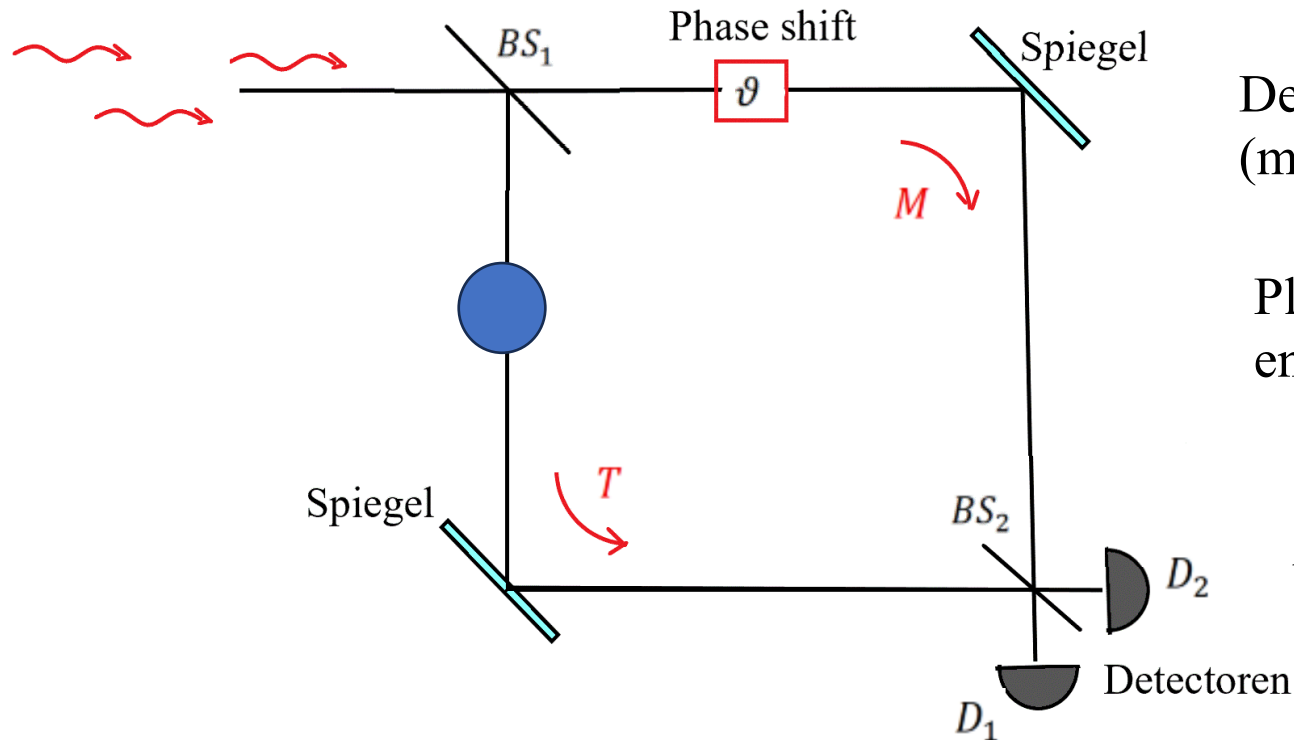
Geen interferentiepatroon

Wel interferentiepatroon

Experimenten met fotonen III

Mach-Zehnder-interferometer

Meting zonder interactie



De Phase shift is zo ingesteld dat alleen detector D_1 klikt (maximale interferentie) als er geen object is.

Plaats nu een object in het T-pad. D_2 zal nu ook af en toe afgaan.

Als D_2 klikt betekent dat dat het **foton langs pad M** gekomen is en dat er een obstakel is op pad T.

Het foton vertelt ons:

“Ik ben via pad M hierheen gekomen, want langs T staat een obstructie”.

Pauze

Wat is verstrengeling

A

B

Tijdens het opgooien is A's munt in een **superpositie** toestand

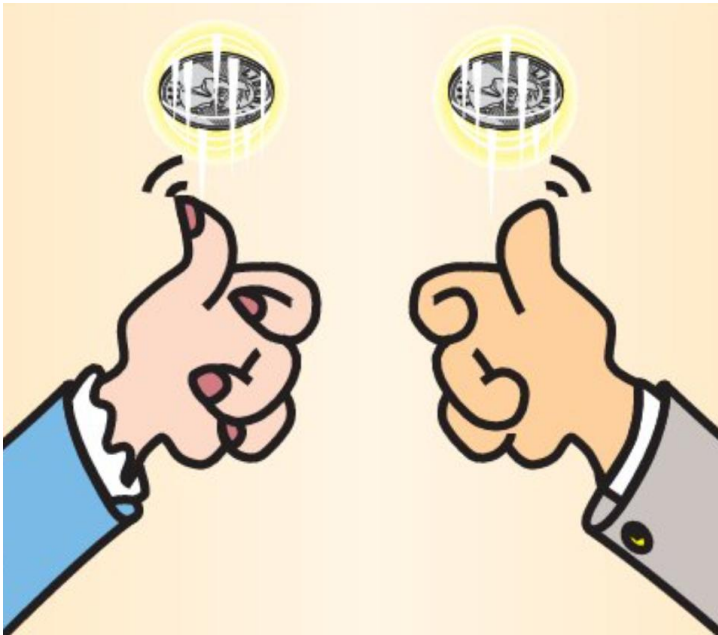
$$|A\rangle = \alpha_{\uparrow} |\uparrow\rangle + \alpha_{\downarrow} |\downarrow\rangle$$

$$|A|^2 = A^* A = \langle A|A\rangle = \alpha_{\uparrow}^* \alpha_{\uparrow} + \alpha_{\downarrow}^* \alpha_{\downarrow} = 1$$

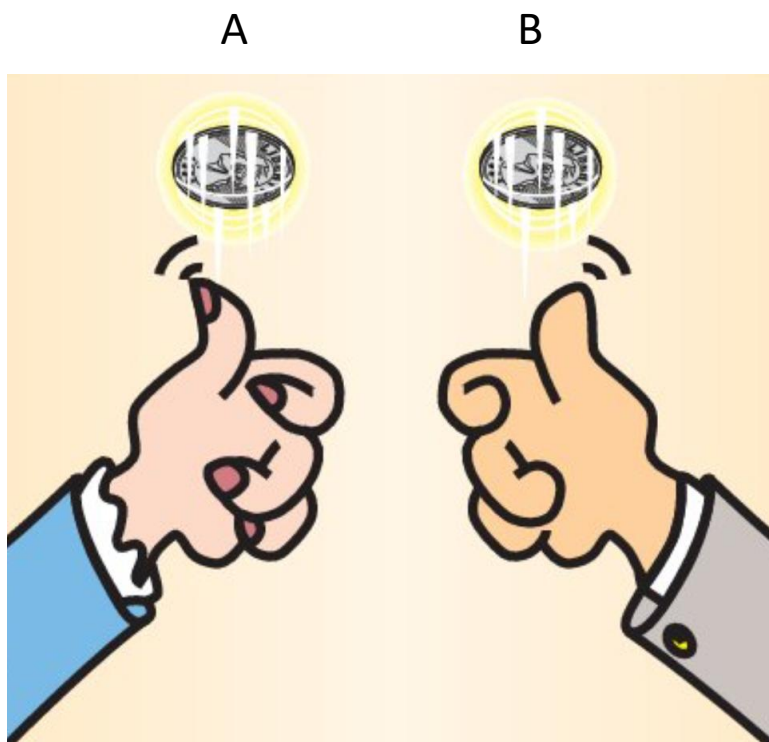
De kans op $\uparrow$ (en op $\downarrow$) is 50%

$$|\langle\uparrow|A\rangle|^2 = |\langle\downarrow|A\rangle|^2 = \frac{1}{2}$$

$$|A\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |\uparrow\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |\downarrow\rangle$$



Wat is verstrengeling



$$|A\rangle = \alpha_{\uparrow} |\uparrow\rangle + \alpha_{\downarrow} |\downarrow\rangle$$

$$|B\rangle = \beta_{\uparrow} |\uparrow\rangle + \beta_{\downarrow} |\downarrow\rangle$$

Klassiek: A en B zijn onafhankelijk van elkaar

Gelijke eerlijke munten

Kans dat beiden Kop hebben =

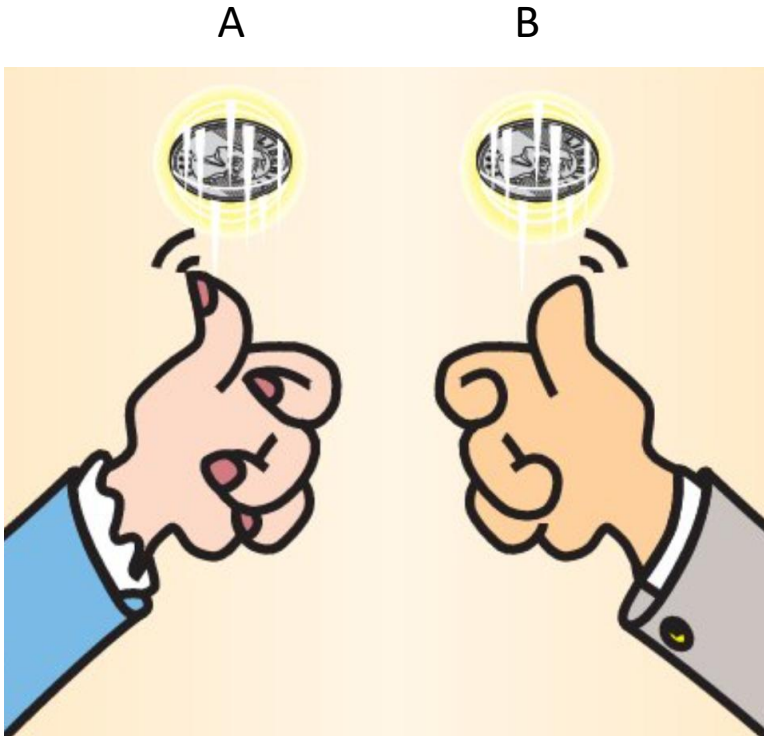
$$P(|\uparrow_A\rangle)P(|\uparrow_A\rangle) = \frac{1}{2} \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

We noemen de toestand van A+B een “**product toestand**”.

$$|AB\rangle = (\alpha_{\uparrow} |\uparrow\rangle + \alpha_{\downarrow} |\downarrow\rangle)(\beta_{\uparrow} |\uparrow\rangle + \beta_{\downarrow} |\downarrow\rangle)$$

Er is **geen** correlatie tussen uitkomsten van A en B

Wat is verstrengeling



Klassiek: A en B zijn onafhankelijk van elkaar
Ze zijn in een “**product toestand**”

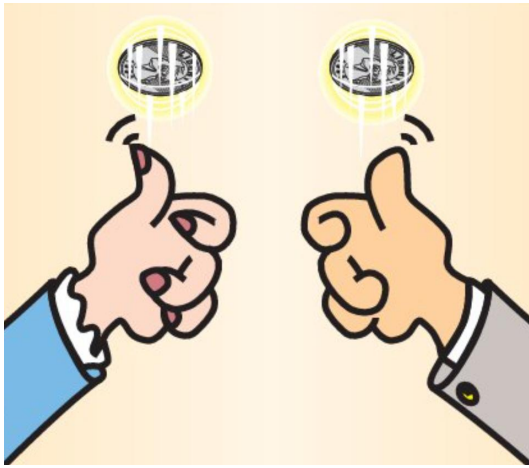
$$|AB\rangle = (\alpha_{\uparrow} |\uparrow\rangle + \alpha_{\downarrow} |\downarrow\rangle)(\beta_{\uparrow} |\uparrow\rangle + \beta_{\downarrow} |\downarrow\rangle) = \\ = \alpha_{\uparrow} \beta_{\uparrow} |\uparrow\uparrow\rangle + \alpha_{\uparrow} \beta_{\downarrow} |\uparrow\downarrow\rangle + \alpha_{\downarrow} \beta_{\uparrow} |\downarrow\uparrow\rangle + \alpha_{\downarrow} \beta_{\downarrow} |\downarrow\downarrow\rangle$$

$$\alpha_{\uparrow}^* \alpha_{\uparrow} + \alpha_{\downarrow}^* \alpha_{\downarrow} = 1 \quad \beta_{\uparrow}^* \beta_{\uparrow} + \beta_{\downarrow}^* \beta_{\downarrow} = 1$$

$$|A\rangle = \alpha_{\uparrow} |\uparrow\rangle + \alpha_{\downarrow} |\downarrow\rangle$$

$$|B\rangle = \beta_{\uparrow} |\uparrow\rangle + \beta_{\downarrow} |\downarrow\rangle$$

4 reële parameters (8-4)



Wat is verstrengeling

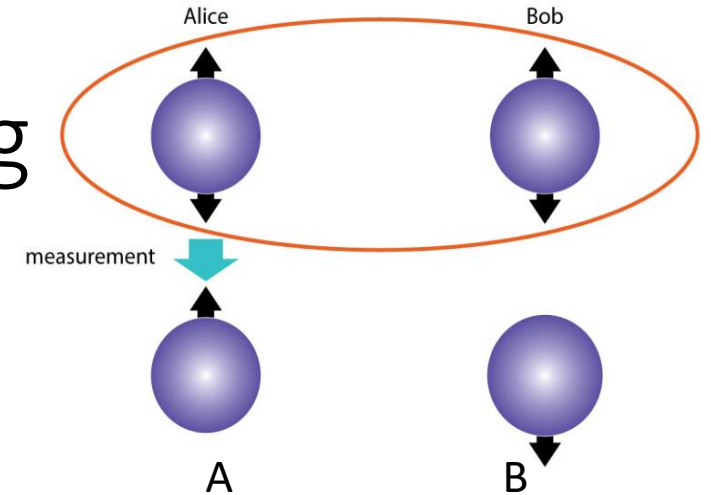
A en B afzonderlijk (klassiek)
Ze zijn in een “**product toestand**”

$$|AB\rangle = (\alpha_{\uparrow} |\uparrow\rangle + \alpha_{\downarrow} |\downarrow\rangle)(\beta_{\uparrow} |\uparrow\rangle + \beta_{\downarrow} |\downarrow\rangle)$$

$$\alpha_{\uparrow}^* \alpha_{\uparrow} + \alpha_{\downarrow}^* \alpha_{\downarrow} = 1 \quad \beta_{\uparrow}^* \beta_{\uparrow} + \beta_{\downarrow}^* \beta_{\downarrow} = 1$$

4 reële parameters (8-4)

Geen correlatie tussen uitkomsten van A en B



QM: A en B zijn niet onafhankelijk van elkaar
Ze zijn in een “**verstrengelde toestand**”

$$|\Psi\rangle = \psi_{\uparrow\uparrow} |\uparrow\uparrow\rangle + \psi_{\uparrow\downarrow} |\uparrow\downarrow\rangle + \psi_{\downarrow\uparrow} |\downarrow\uparrow\rangle + \psi_{\downarrow\downarrow} |\downarrow\downarrow\rangle$$

$$\psi_{\uparrow\uparrow}^* \psi_{\uparrow\uparrow} + \psi_{\uparrow\downarrow}^* \psi_{\uparrow\downarrow} + \psi_{\downarrow\uparrow}^* \psi_{\downarrow\uparrow} + \psi_{\downarrow\downarrow}^* \psi_{\downarrow\downarrow} = 1$$

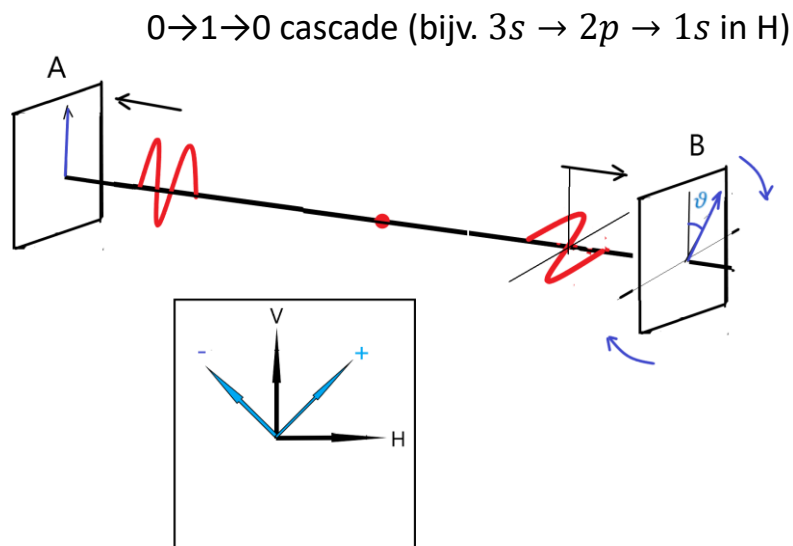
6 reële parameters (8-2)

Er is **wel** een correlatie tussen uitkomsten van A en B

EPR en verstrengeling

“Wanneer we met zekerheid de waarde van een fysische grootheid kunnen voorspellen, dan bestaat er een **element van fysische realiteit** dat overeenkomt met die fysische grootheid”.

2 fotonen met **tegengestelde polarisatierichting**



$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle_A |V\rangle_B + |V\rangle_A |H\rangle_B)$$

$$|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle + |V\rangle) \quad \text{en} \quad |-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|H\rangle - |V\rangle)$$

$$|\psi\rangle = \frac{1}{2} \left[|+\rangle_A \underbrace{(|V\rangle_B + |H\rangle_B)}_{|+\rangle_B} + |-\rangle_A \underbrace{(|V\rangle_B - |H\rangle_B)}_{|-\rangle_B} \right]$$

I A vindt **Horizontaal** → B foton **moet** dan **Verticaal** zijn.

Niet-lokaliteit: De toestand van B's foton was onbepaald, maar wordt direct bepaalt door A's meting.

II Stel dat A had gemeten op 45 graden: + → B zal dan ook + moeten zijn.

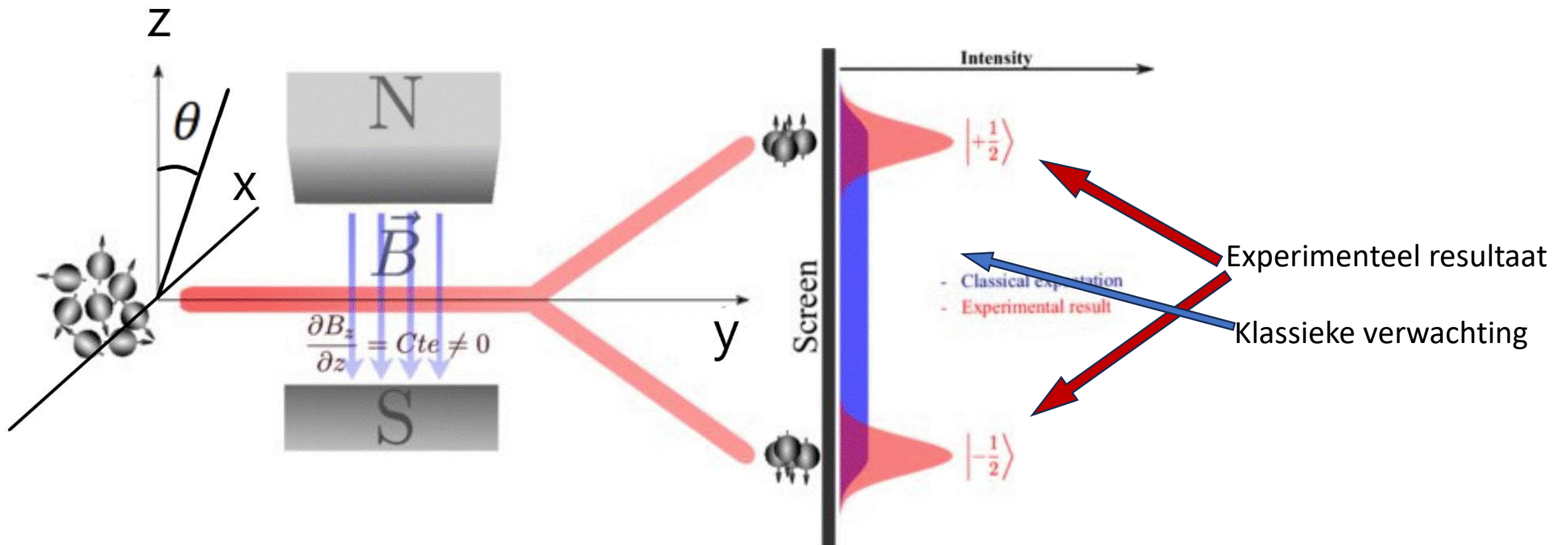
Correlatie

Dan is B dus niet verticaal.

Element van realiteit??

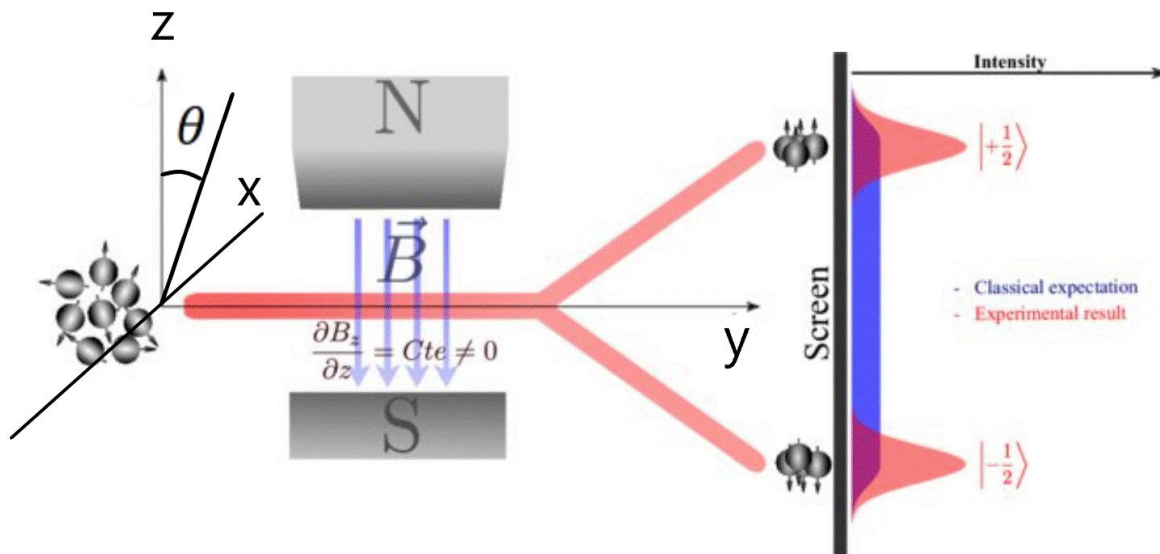
De spin van deeltjes

Stern-Gerlach experiment (1922)



De spin van deeltjes

Stern-Gerlach experiment (1922)



Rotatie over θ

Spinmeting levert altijd $\uparrow$ of $\downarrow$.

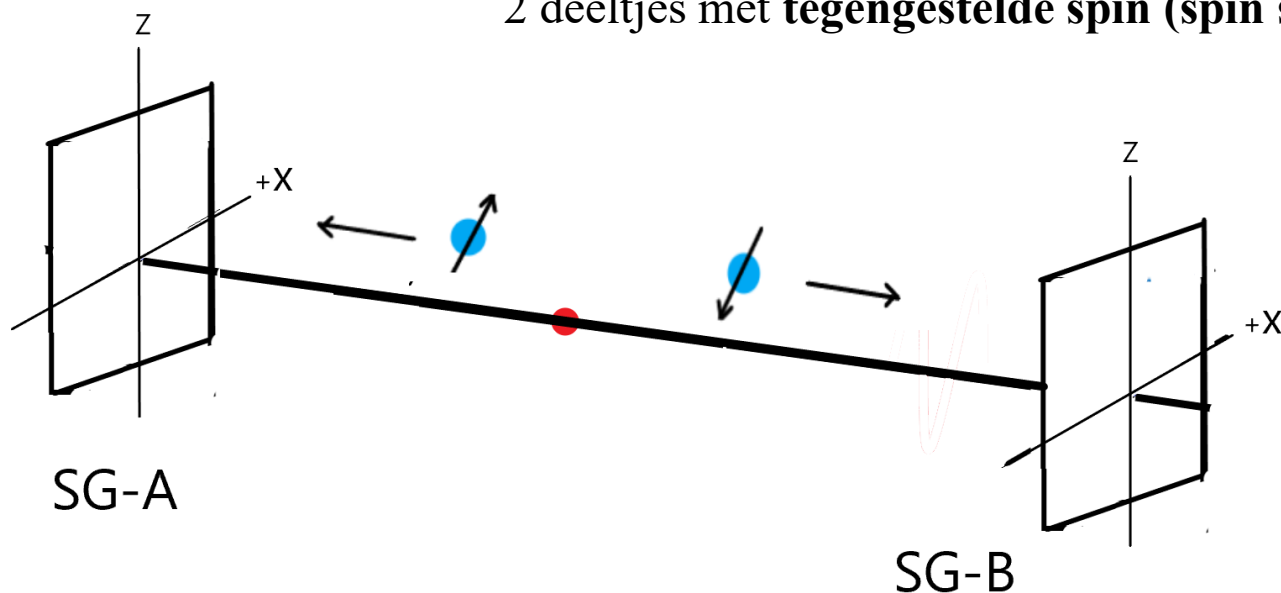
Spin is een 2D toestand (qubit)

$$\Psi = \begin{pmatrix} \psi(r, \uparrow) \\ \psi(r, \downarrow) \end{pmatrix}$$

Verstrengelde toestanden

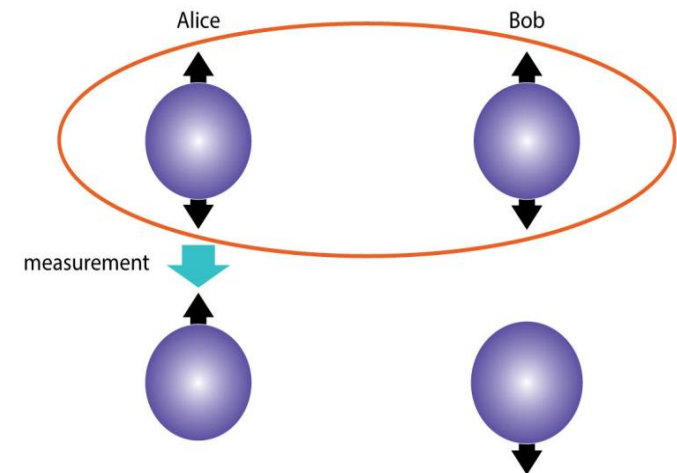
Hidden Variables?

2 deeltjes met **tegengestelde spin (spin singlet toestand)**



- A meet langs z-as: $\uparrow$ $\rightarrow$ B meet langs z-as: $\downarrow$
- $\rightarrow$ B meet langs x-as: $\uparrow$ of $\downarrow$ random
- A meet langs x-as: $\uparrow$ $\rightarrow$ B meet langs x-as: $\downarrow$
- $\rightarrow$ B meet langs z-as: $\uparrow$ of $\downarrow$ random

B's resultaat is gecorreleerd met dat van A

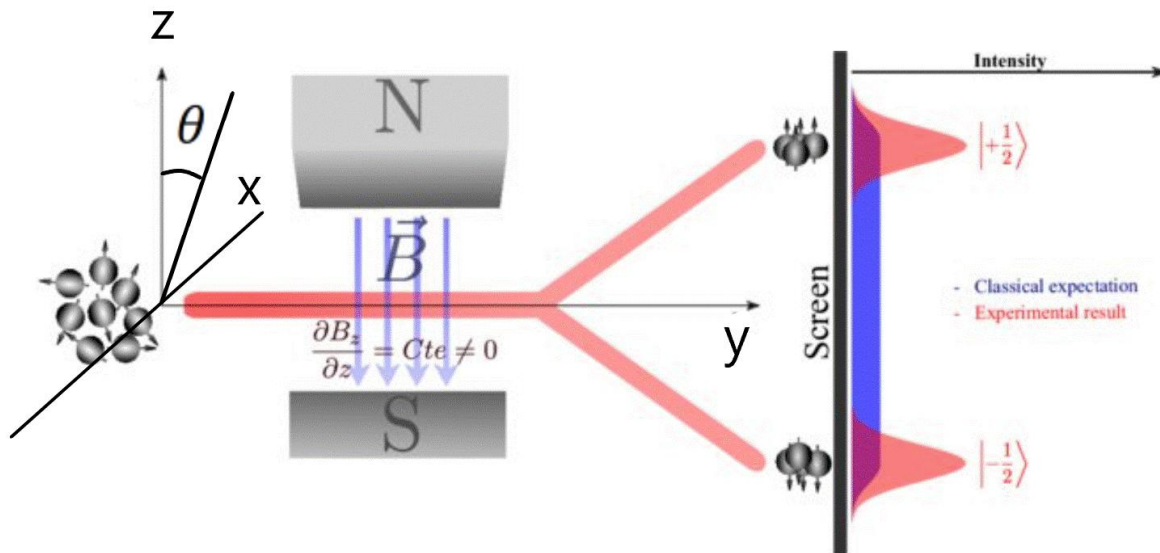


$$|\Psi_{singlet}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle)$$

De spin van deeltjes

Stern-Gerlach experiment (1922)

Zie Syllabus 5.12 en 6



Kies deeltjes met spin $\uparrow$ in de z-richting en meet de deeltjes met een tweede apparaat dat is gedraaid in de richting θ (in x – z vlak)

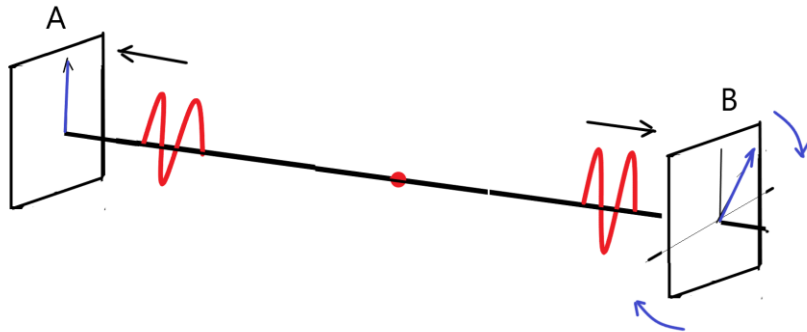
$$P(\uparrow) = |\langle \uparrow | \lambda_1 \rangle|^2 = \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$$
$$P(\downarrow) = |\langle \downarrow | \lambda_2 \rangle|^2 = \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$$
$$\langle \sigma_n \rangle = \sin \theta$$

Verstrengelde toestanden

Syll Hfdst 8

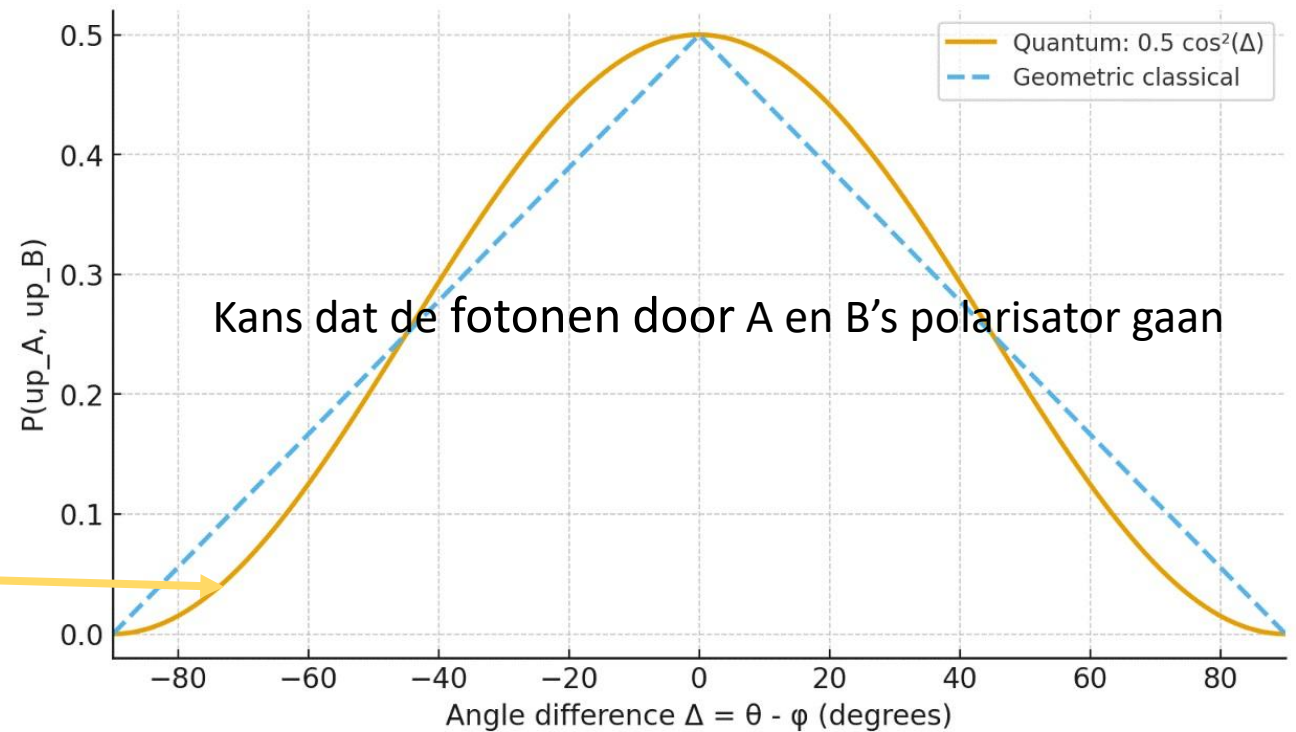
Hidden Variables?

Fotonenparen met **gelijke (random) polarisatierichting**

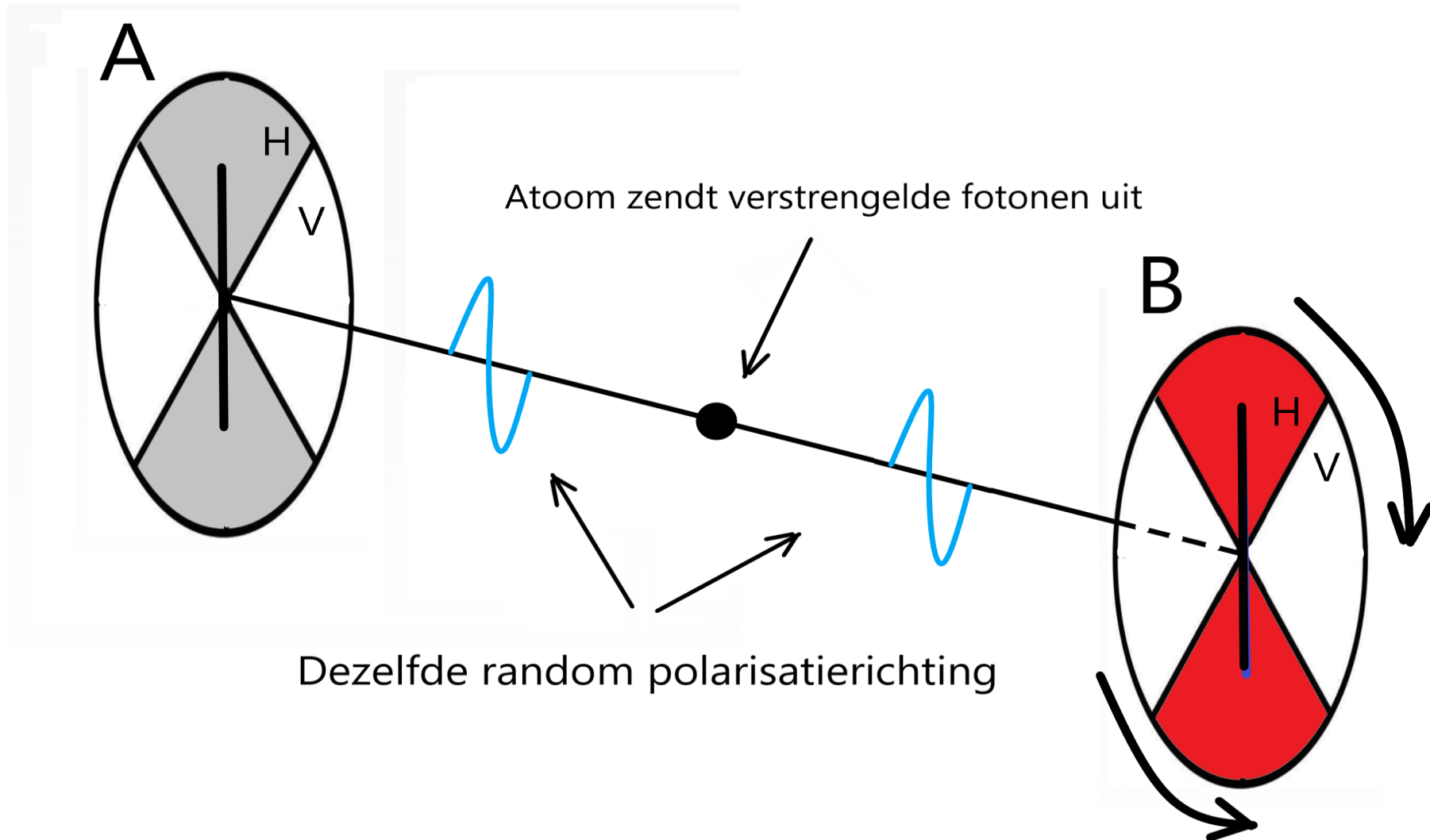


$$P(\uparrow\uparrow) = \frac{1}{2} \cos^2(\vartheta)$$

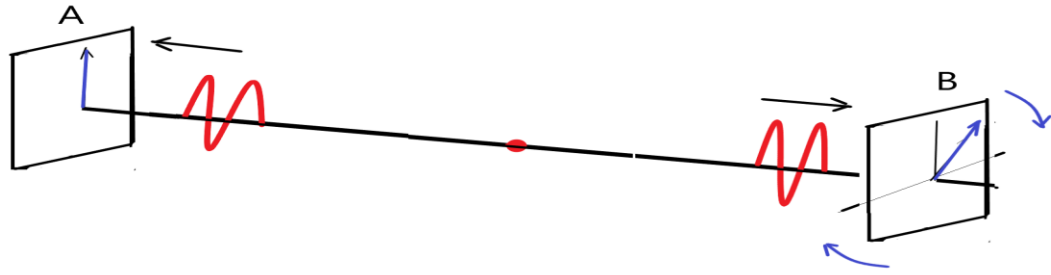
Correlatie Klassiek ↔ QM



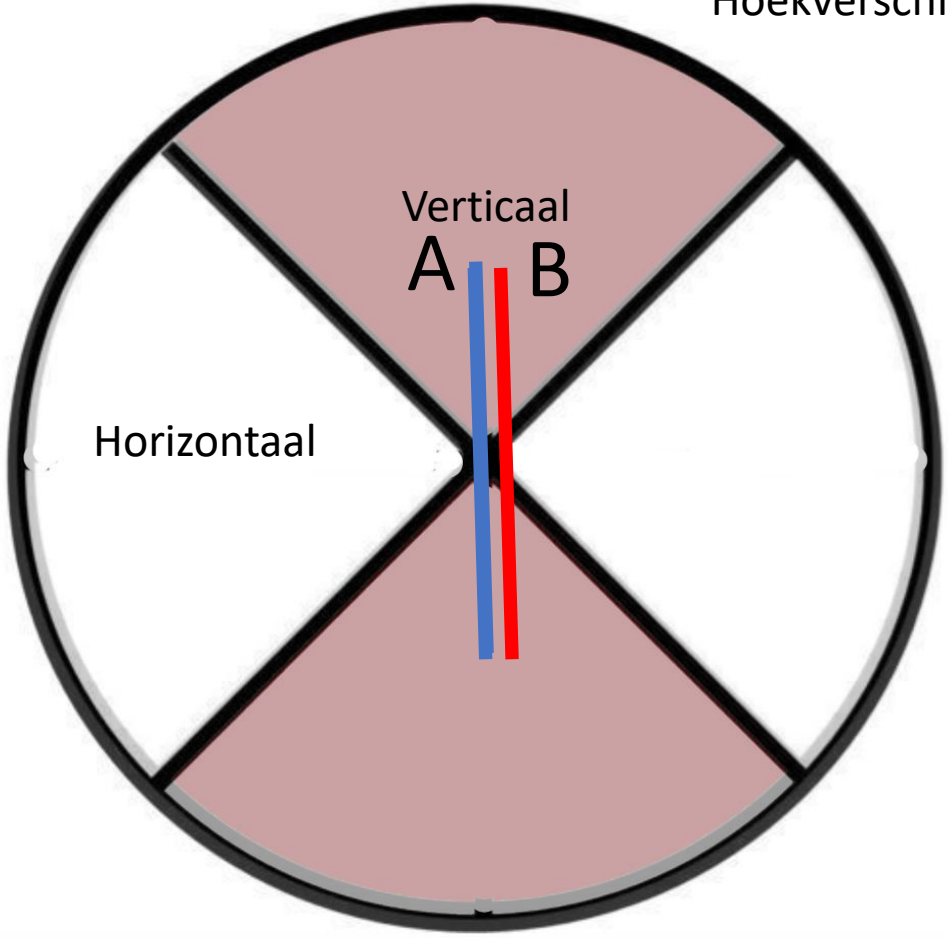
Fotonenparen met **gelijke polarisatierichting**



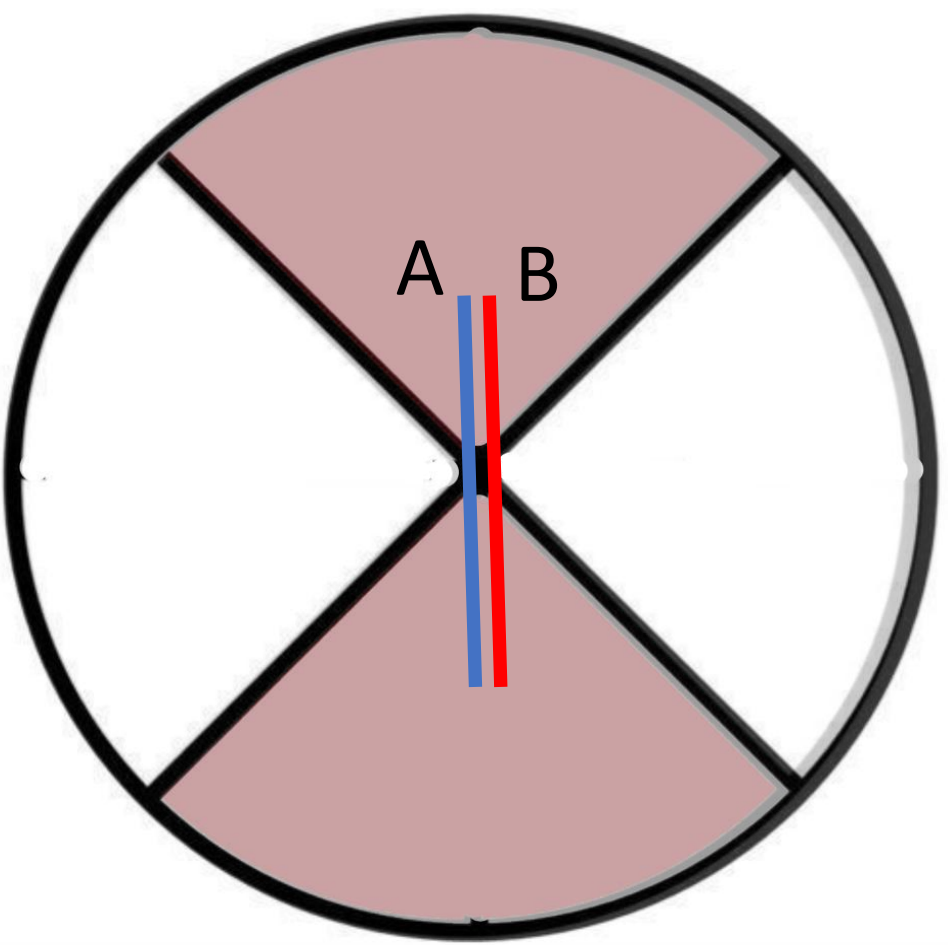
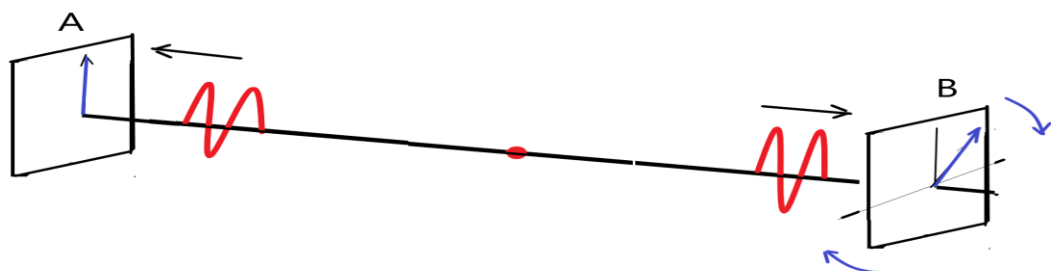
Klassiek



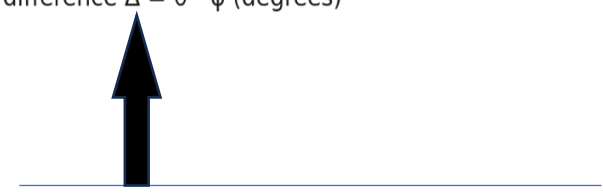
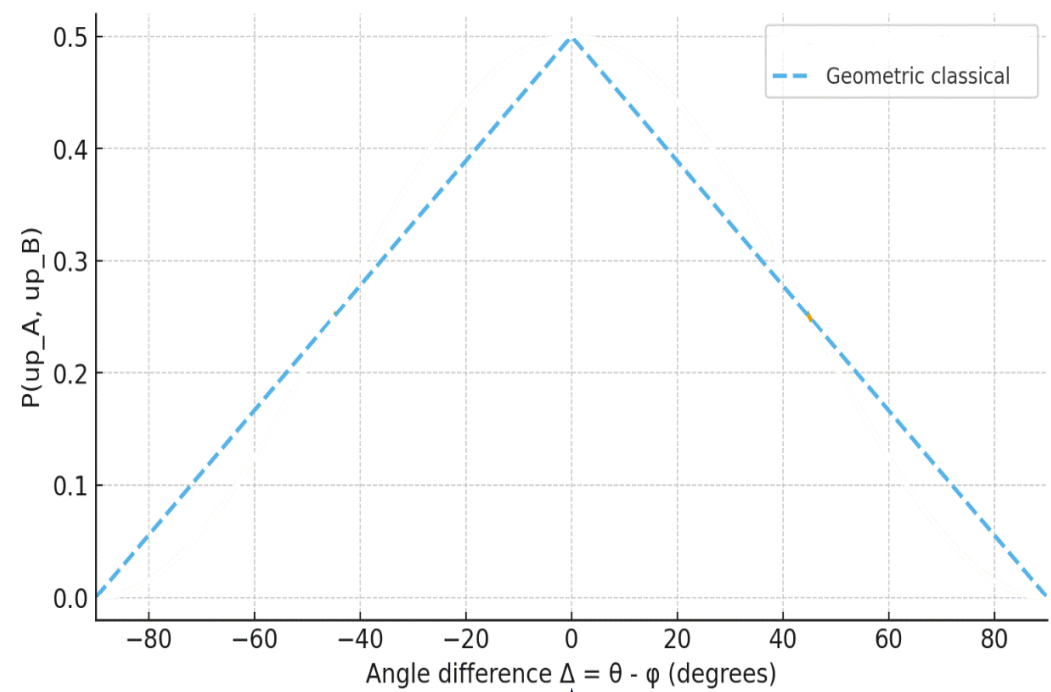
Hoekverschil is 0 graden



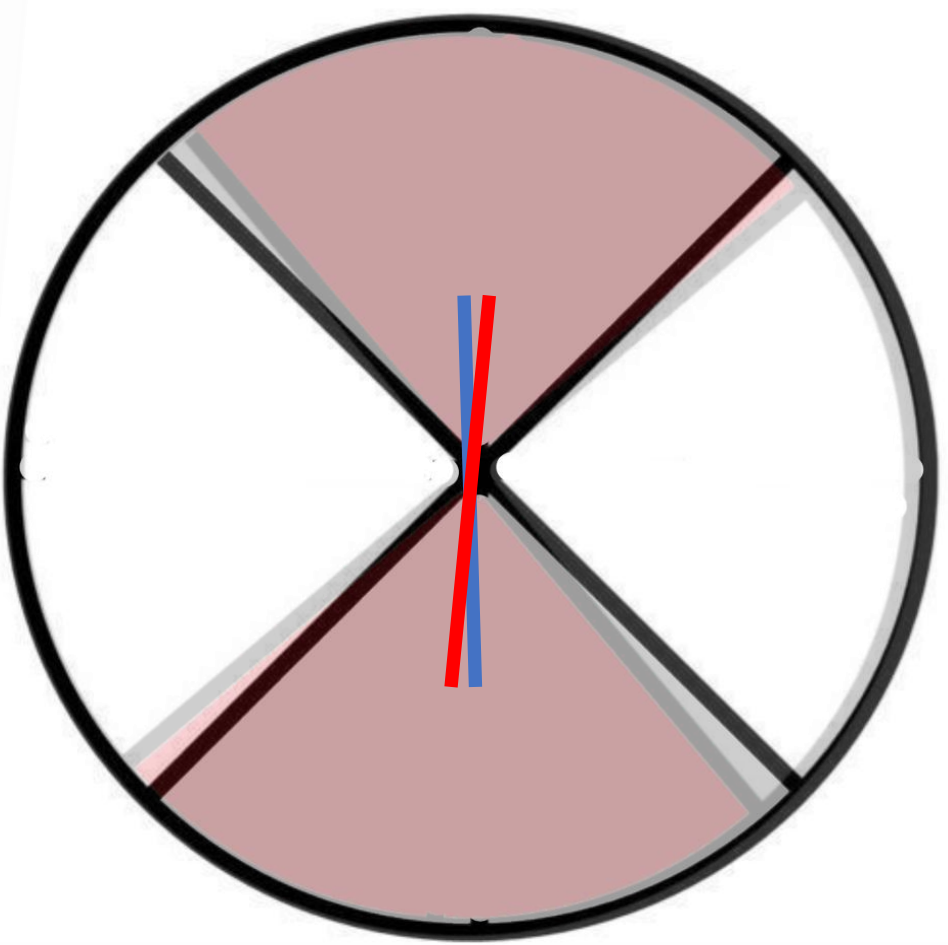
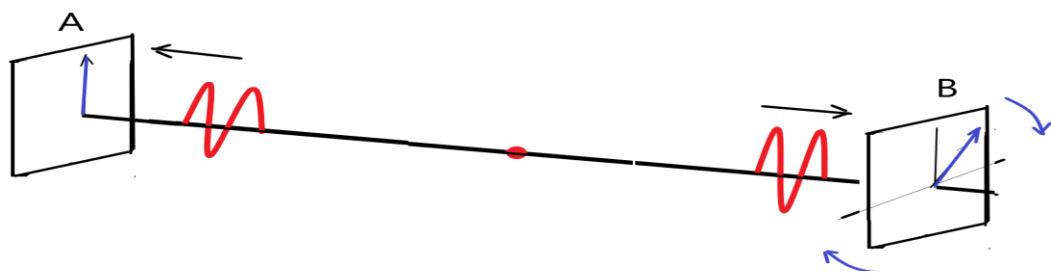
Klassiek



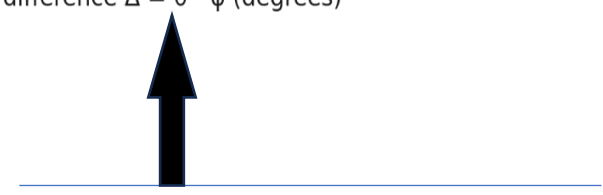
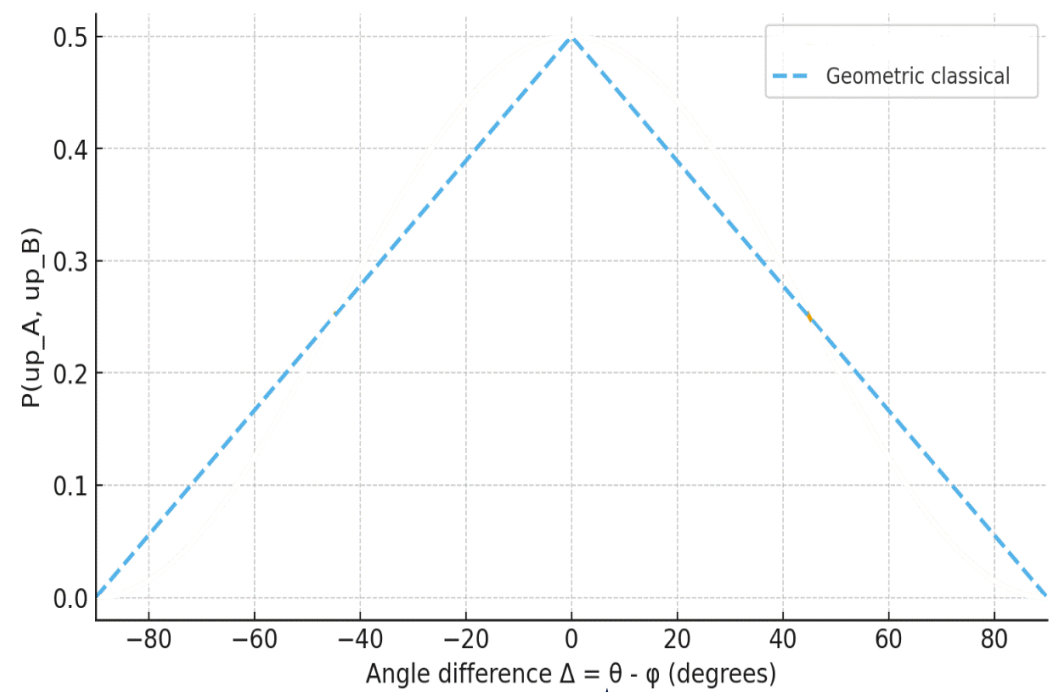
Classical (Geometric) Joint Probability



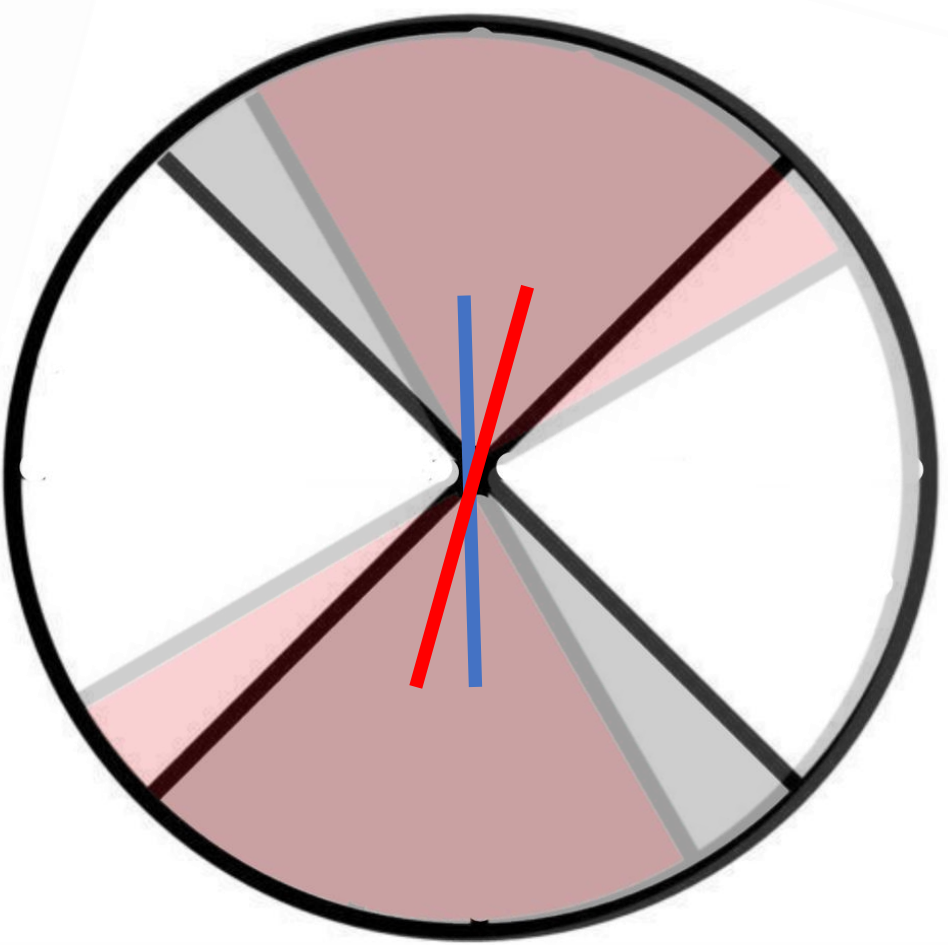
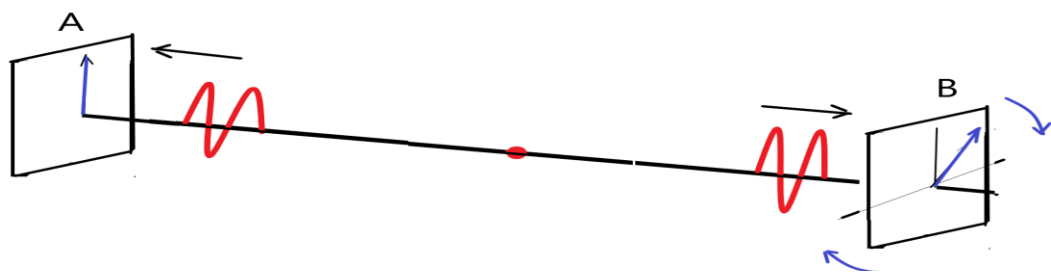
Klassiek



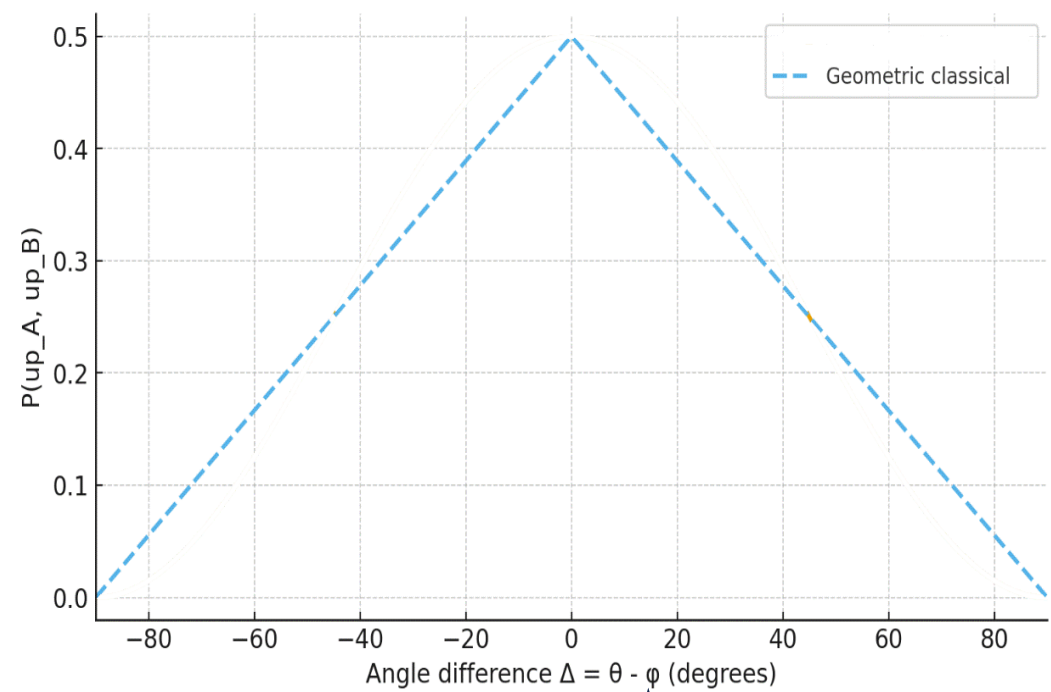
Classical (Geometric) Joint Probability



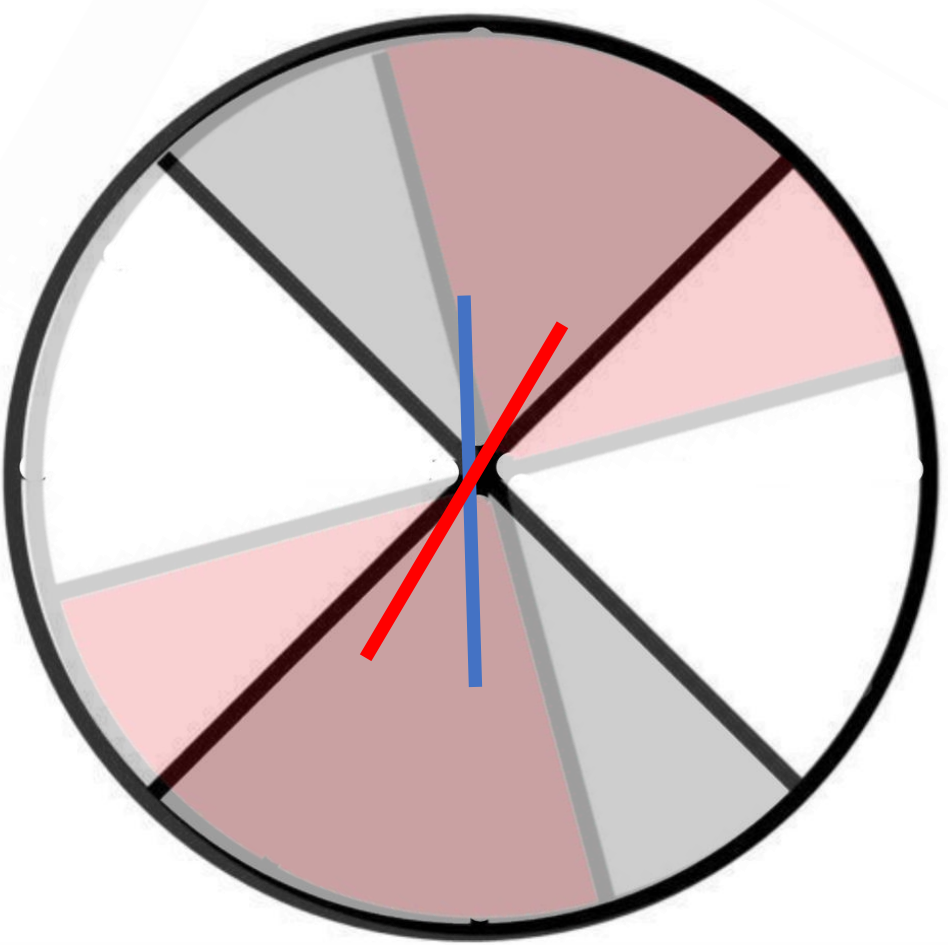
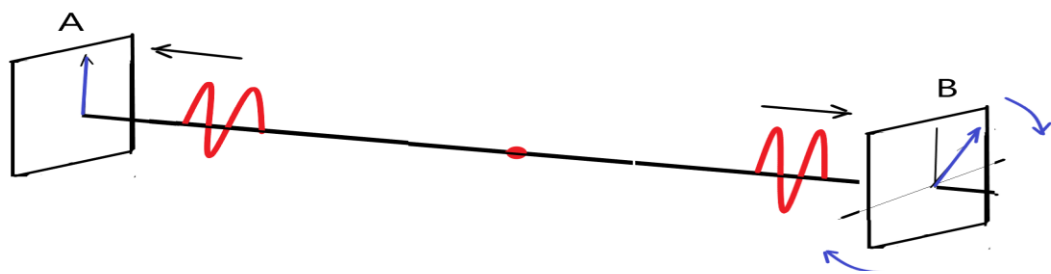
Klassiek



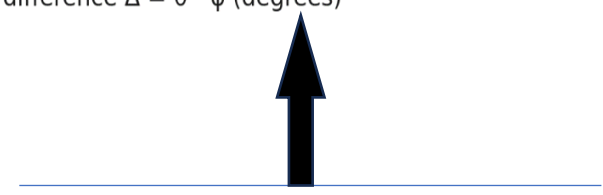
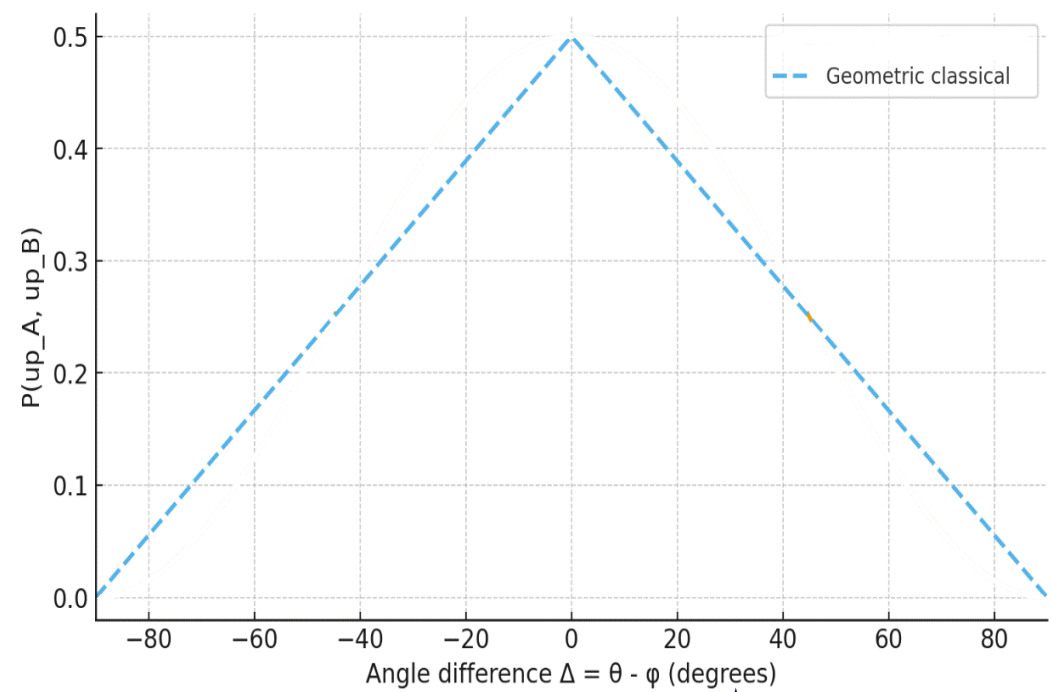
Classical (Geometric) Joint Probability



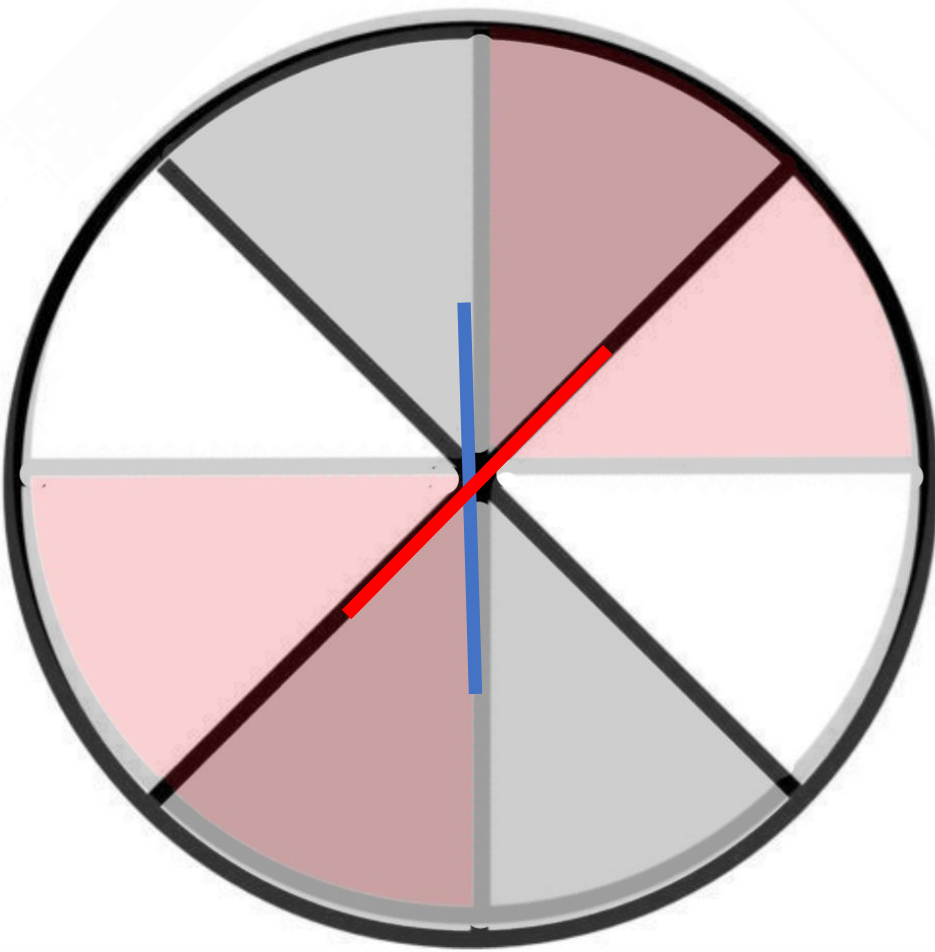
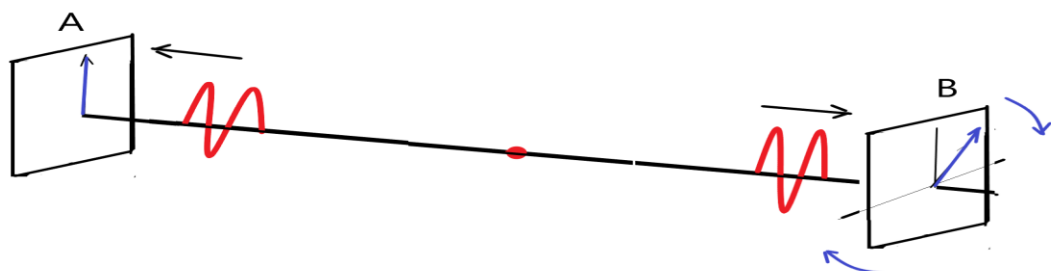
Klassiek



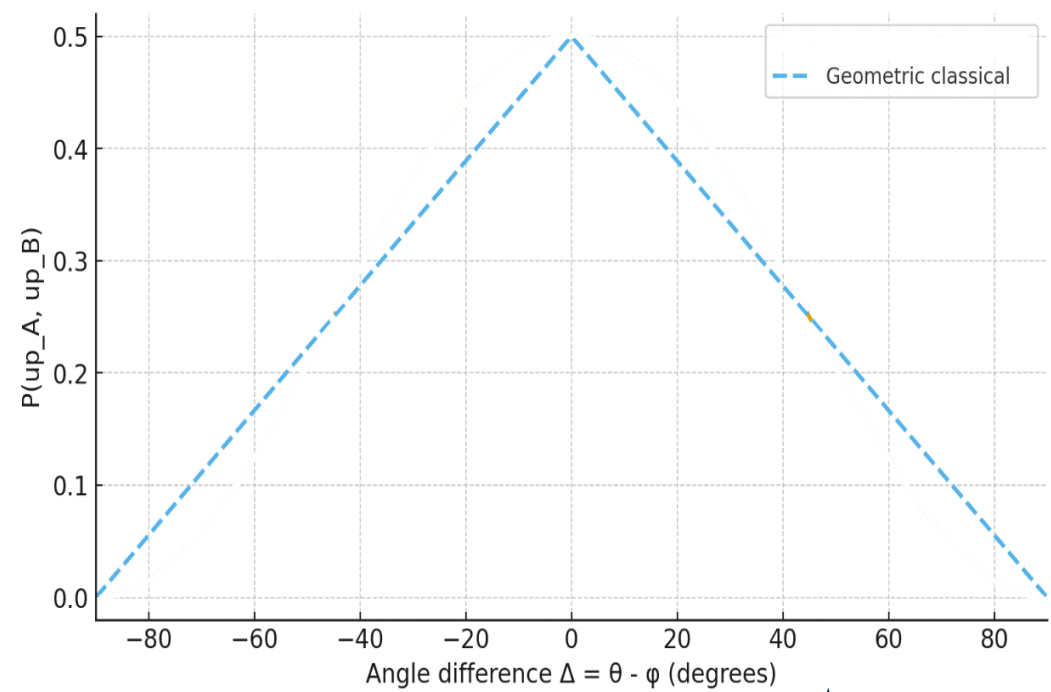
Classical (Geometric) Joint Probability



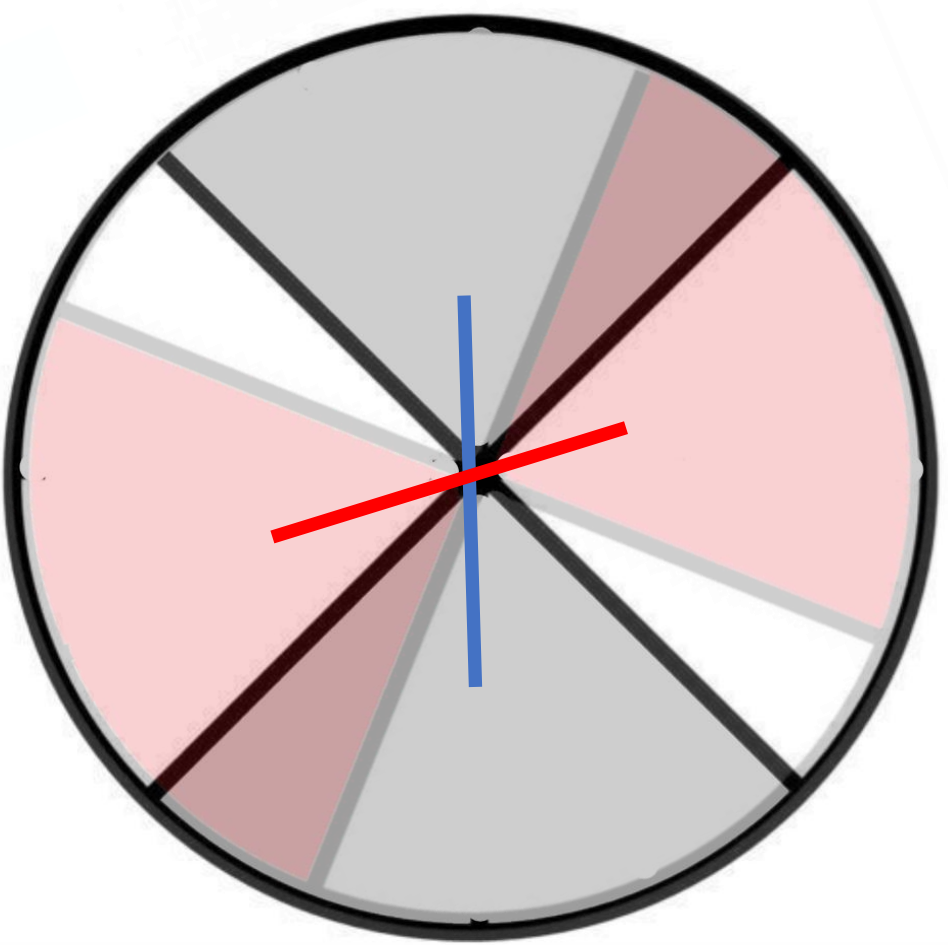
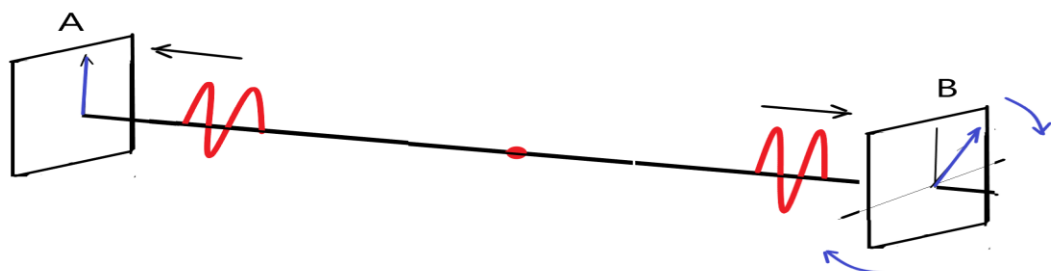
Klassiek



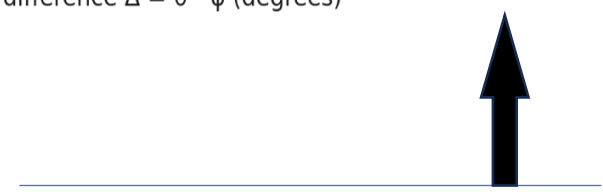
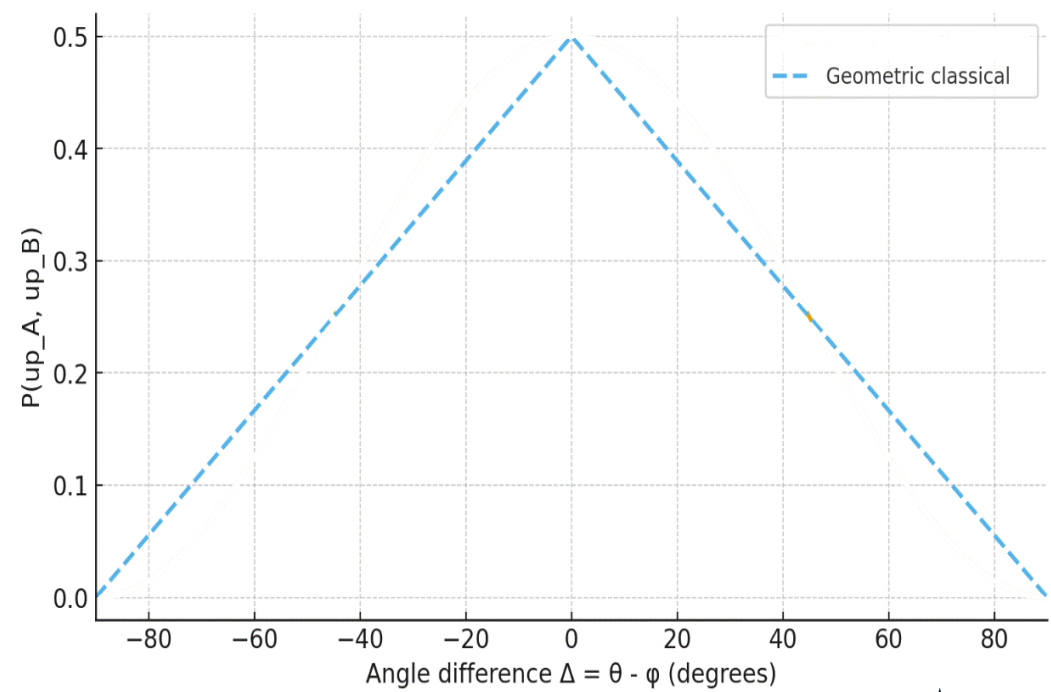
Classical (Geometric) Joint Probability



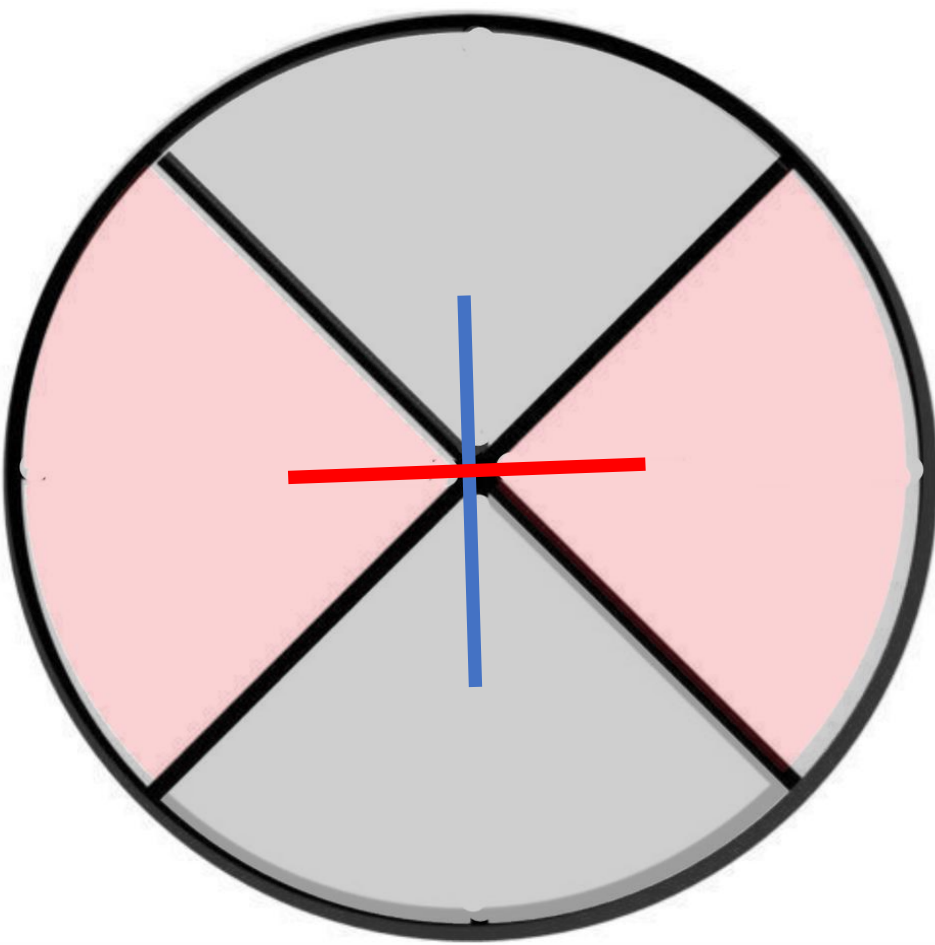
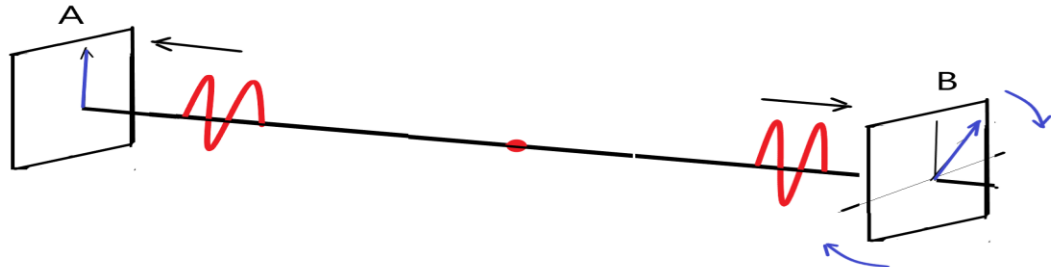
Klassiek



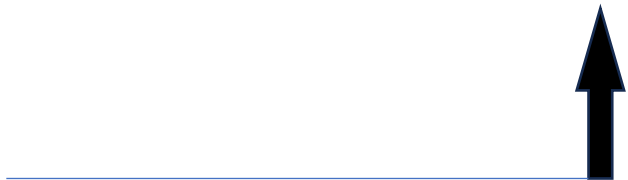
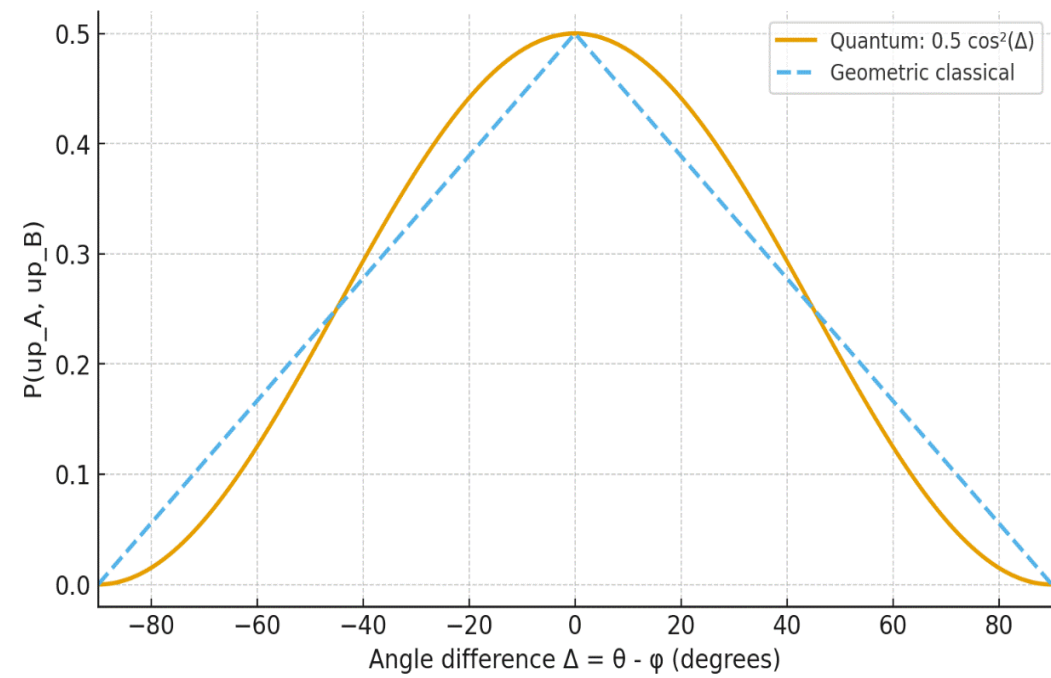
Classical (Geometric) Joint Probability



Klassiek



Quantum vs Classical (Geometric) Joint Probability

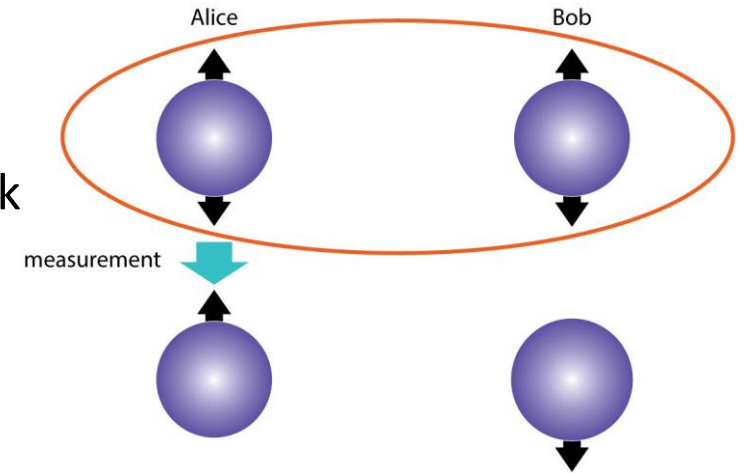
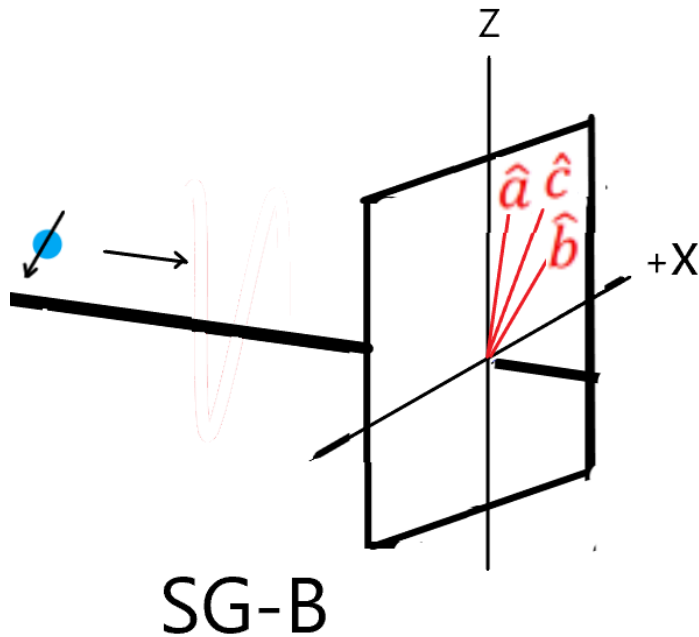


Verstrengelde toestanden

Hidden Variables?

A en B doen Spin (SG) metingen in 3 richtingen: $(\hat{a}, \hat{b}, \text{en } \hat{c})$ in het $x - z$ vlak

De hoeken tussen de drie vectoren noemen we ϑ_{ab} , ϑ_{ac} , en ϑ_{bc}



Klassiek verwachten we dat de deeltjes in elke richting een welbepaalde + of – hebben onafhankelijk van de meting.

Veronderstelling: Elk foton paar heeft zijn eigen recept, bijv. :

A meet: $(\hat{a}-, \hat{b}+, \hat{c}+)$ $\Rightarrow$ B meet $(\hat{a}+, \hat{b}-, \hat{c}-)$

Er zijn $2^3 = 8$ mogelijke recepten

Verstrengelde toestanden

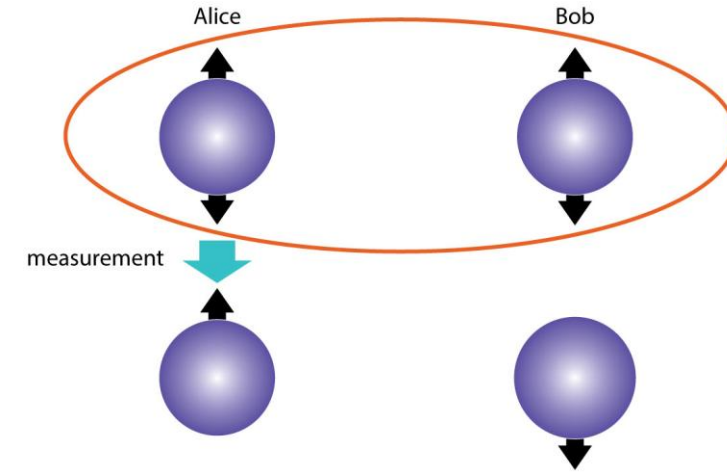
Hidden Variables?

klassieke veronderstelling:

Elk foton paar heeft zijn eigen recept. Het aantal paren met dat recept (bijv. N_1) wordt bepaald door verborgen variabele(n)

TABLE 3.2. Elk foton paar heeft 1 van de 8 recepten

Population	Alice	Bob
N_1	$(\hat{a}+, \hat{b}+, \hat{c}+)$	$(\hat{a}-, \hat{b}-, \hat{c}-)$
N_2	$(\hat{a}+, \hat{b}+, \hat{c}-)$	$(\hat{a}-, \hat{b}-, \hat{c}+)$
N_3	$(\hat{a}+, \hat{b}-, \hat{c}+)$	$(\hat{a}-, \hat{b}+, \hat{c}-)$
N_4	$(\hat{a}+, \hat{b}-, \hat{c}-)$	$(\hat{a}-, \hat{b}+, \hat{c}+)$
N_5	$(\hat{a}-, \hat{b}+, \hat{c}+)$	$(\hat{a}+, \hat{b}-, \hat{c}-)$
N_6	$(\hat{a}-, \hat{b}+, \hat{c}-)$	$(\hat{a}+, \hat{b}-, \hat{c}+)$
N_7	$(\hat{a}-, \hat{b}-, \hat{c}+)$	$(\hat{a}+, \hat{b}+, \hat{c}-)$
N_8	$(\hat{a}-, \hat{b}-, \hat{c}-)$	$(\hat{a}+, \hat{b}+, \hat{c}+)$



$$N_3 + N_4 \leq (N_2 + N_4) + (N_3 + N_7)$$
$$P(\hat{a}+, \hat{b}+) \leq P(\hat{a}+, \hat{c}+) + P(\hat{c}+, \hat{b}+)$$



Verstrengelde toestanden

Hidden Variables?

Bell ongelijkheid (verborgen variabele(n):

$$N_3 + N_4 \leq (N_2 + N_4) + (N_3 + N_7) \rightarrow$$

Quantum mechanica

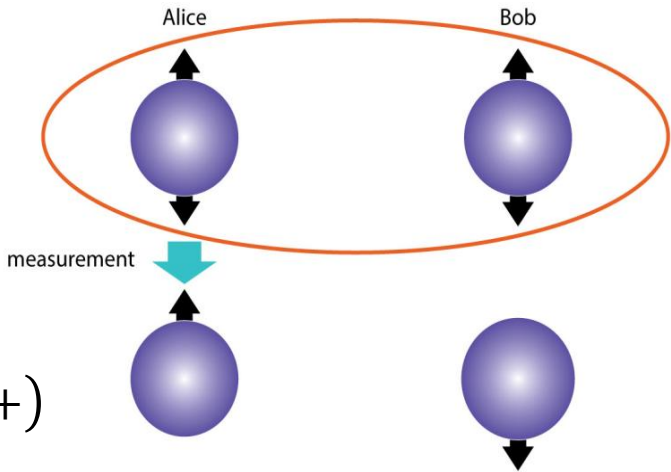
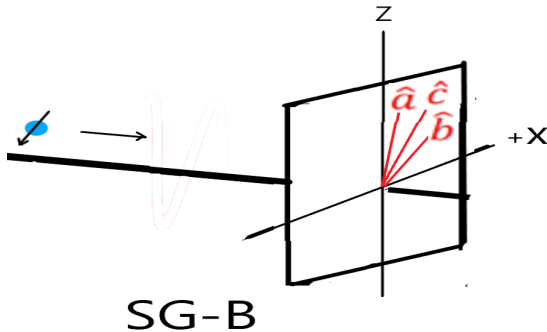
$$P(\hat{a}+, \hat{b}+) \propto \sin^2 \frac{\vartheta_{ab}}{2}$$

~~Dit is de klassieke voorspelling:~~

$$P(\hat{a}+, \hat{b}+) \leq P(\hat{a}+, \hat{c}+) + P(\hat{c}+, \hat{b}+)$$

$$\sin^2 \frac{\vartheta_{ab}}{2} \leq \sin^2 \frac{\vartheta_{ac}}{2} + \sin^2 \frac{\vartheta_{bc}}{2}$$

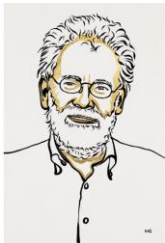
$$\vartheta_{ac} = \vartheta_{bc} = \vartheta = \pi/4$$



$$0.5 \leq 0.292$$

?

Tegenspraak → geen Hidden Variables



!

Quantummechanica, een nieuwe realiteit?

- Is onze wereld probabilistisch?
- Zijn fysische grootheden “onbepaald” voordat een meting heeft plaatsgevonden?
- Wat betekent lokaliteit (bij Einstein en bij Bell)?
- Wat is de rol van een meting (observatie).

Boeken: zie Syll.

- 1) J.J. Sakurai, “Modern Quantum Mechanics“
- 2) L. Susskind, „Quantum Mechanics, The theoretical minimum”
- 3) “The quantum Divide”, by C.C. Gerry and K.M. Bruno.
- 4) [Quantum Physics](#), J. van den Brand



Quantummechanica, een nieuwe realiteit

Bedankt voor jullie aandacht!

