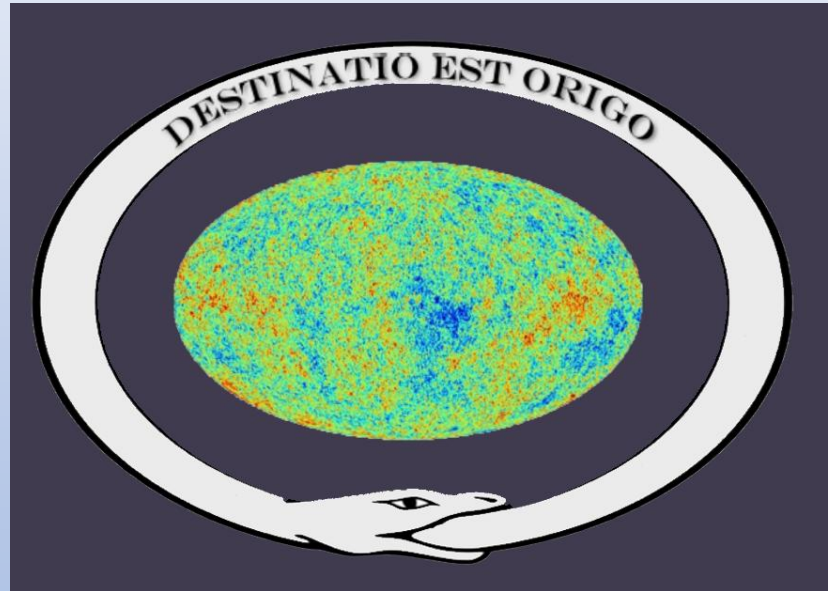


Het begin en einde van alle structuur in het heelal

Van iets naar Niets

“Alles is ontstaan uit het onbepaalde en keert daarin ook terug”

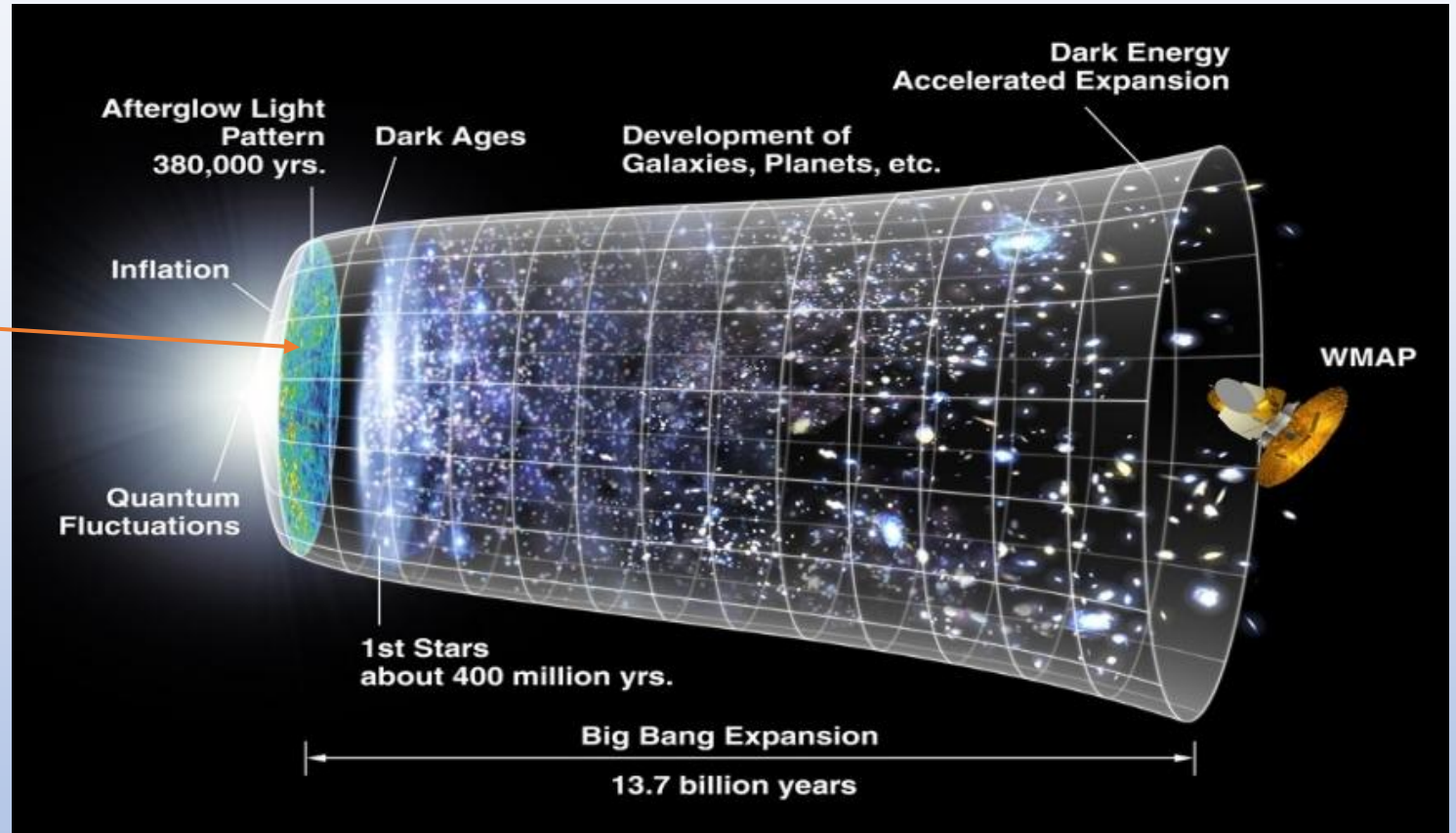
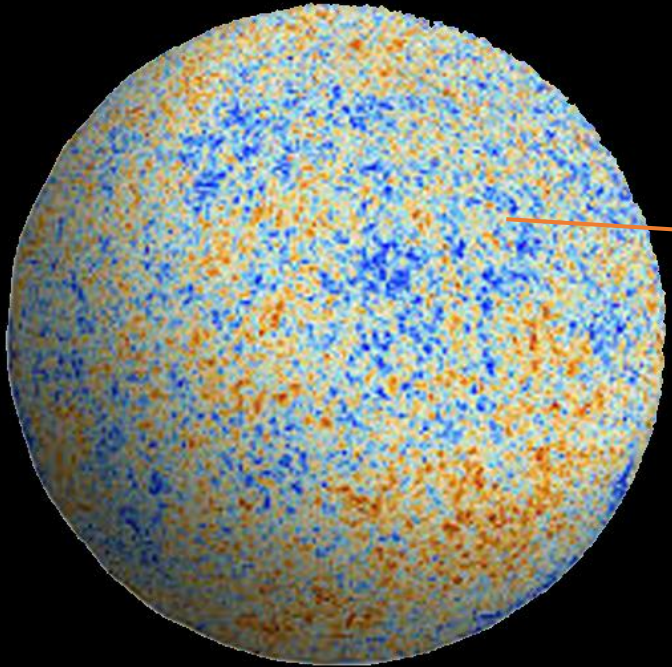
Anaximander (6^{de} eeuw v. Chr)



Daedalus workshop 8 september 2026 door Nico Roos (zie ook de syllabus)

Structuurvorming vanaf de CMB en tot nu

Kosmische achtergrondstraling (CMB)



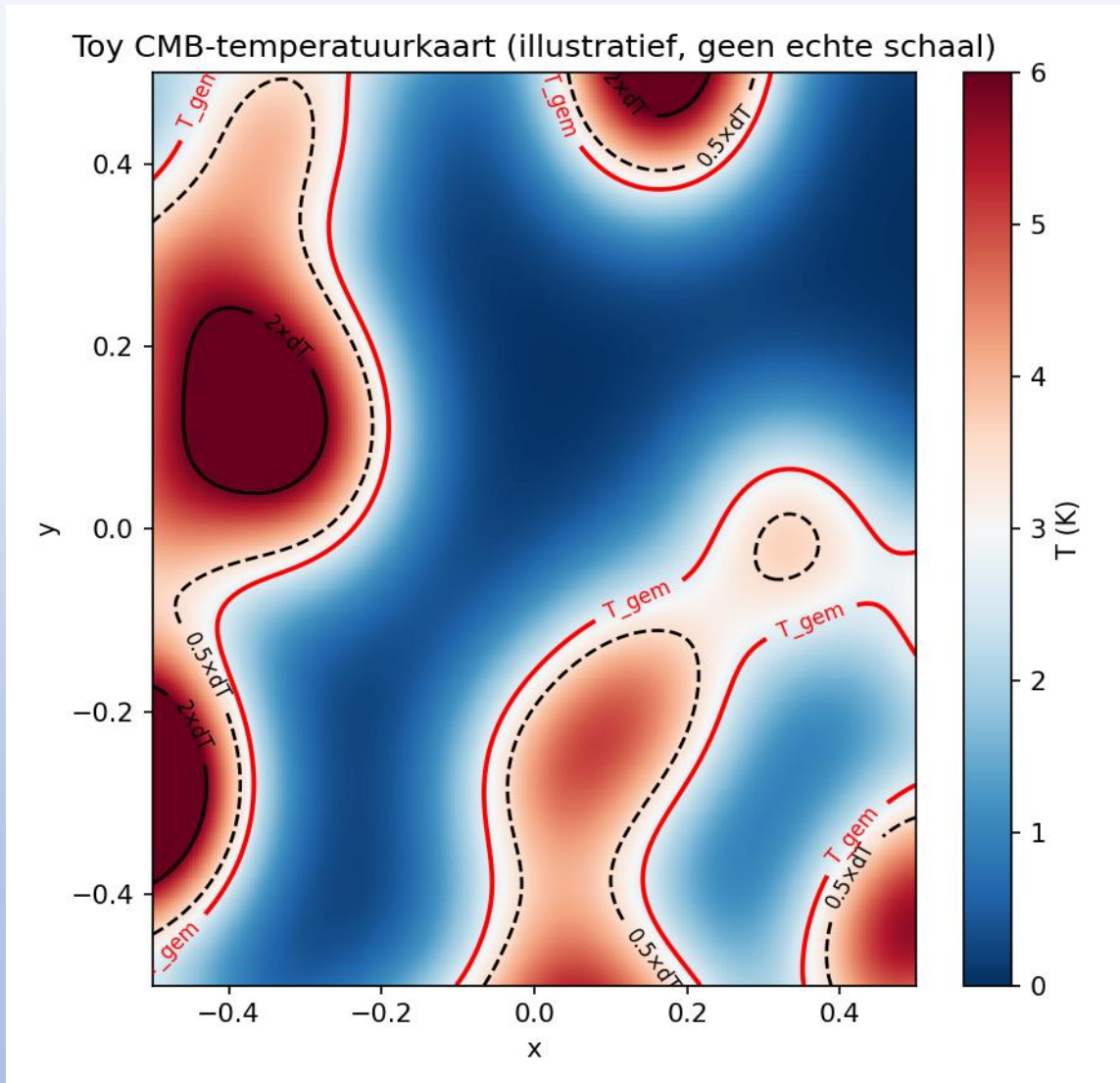
$$\text{CMB: } \frac{\delta \rho}{\rho} \approx \frac{\delta T}{T} \approx 10^{-5}$$

$$\text{Nu: } \frac{\rho_{\text{galaxy}}}{\rho_{\text{crit}}} \approx 10^3 \text{ (DM halo) tot } 10^4 \text{ (schijf)}$$

Onderwerpen

- De groei van dichtheidsfluctuaties
- Stabiliteit van kosmische structuren: Zwaartekracht $\longleftrightarrow$ Kinetische energie
- De eerste sterren / sterrenstelsels $\rightarrow$ de grootste sterrenstelsels
- De eindfase van sterren: witte dwergen $\rightarrow$ neutronensterren $\rightarrow$ zwarte gaten
- Het einde van alle structuren

De groei van dichtheidsfluctuaties



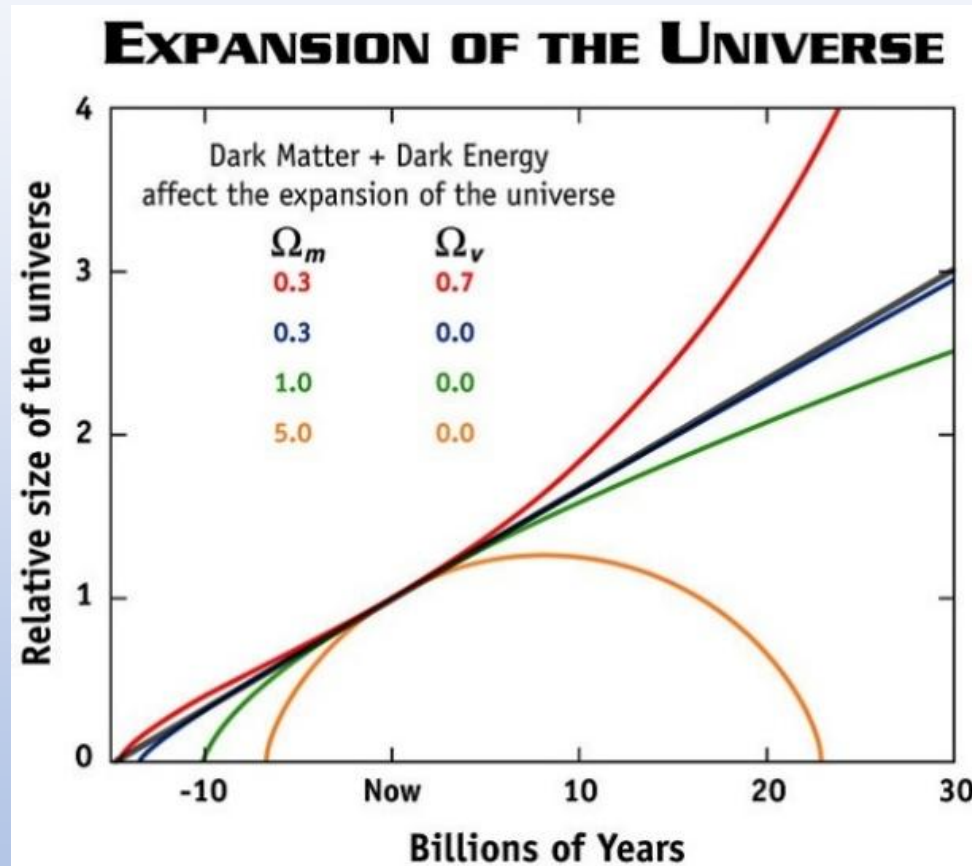
Rode lijn: $\left. \frac{\delta T}{T} \right|_{gem} \longleftrightarrow \rho_{gem} \sim \rho_{crit}$

Statistisch:

Rode gebieden trekken uiteindelijk samen.

Blauwe gebieden blijven uitdijen.

De groei van dichtheidsfluctuaties



Probleem

CMB

($z = 1100$): $\left. \frac{\delta \rho}{\rho} \right|_{bar} 18 \frac{\delta T}{T} \approx 10^{-4}$



Groei: $\frac{\delta \rho}{\rho} \propto a \propto (1 + z)^{-1}$

Nu

($z = 0$) : $\left. \frac{\delta \rho}{\rho} \right|_{bar} \approx 10^{-4} \times 1101 \approx 10^{-1}$

Te klein !

De groei van dichtheidsfluctuaties

Oplossing

Fluctuaties in Donkere Materie groeien al vóór recombinitie

Bij $z = z_{rec} = 1100$

$$\left. \frac{\delta\rho}{\rho} \right|_{DM} \sim 10^{-3}$$

**Voldoende voor
structuur nu**

Tot $z = z_{rec}$ was het geïoniseerde H gekoppeld aan de fotonen en reageert op de DM fluctuaties met druk (geluids)golven (BAO's)

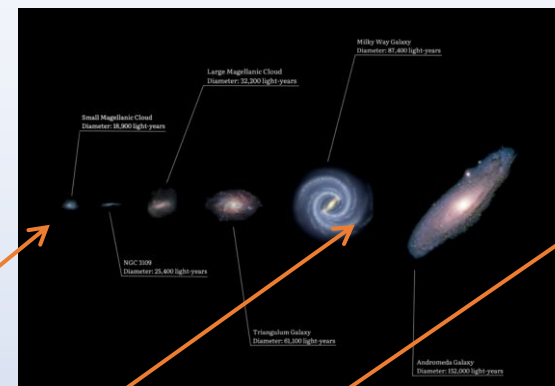
Het kan pas meedoen met de DM na $z_{recombinatie}$

DM fluctuaties bij z_{rec}

$$\rho_M = (1 \pm \sigma(M))\rho_{crit}$$

Mass	$\sigma(M, z = 1000)$
$10^6 M_\odot$	$\sim 1.2 \times 10^{-2}$
$10^8 M_\odot$	$\sim 8.7 \times 10^{-3}$
$10^{10} M_\odot$	$\sim 5.7 \times 10^{-3}$
$10^{12} M_\odot$	$\sim 3.1 \times 10^{-3}$
$10^{14} M_\odot$	$\sim 1.3 \times 10^{-3}$

Jeans massa bij recombinitie

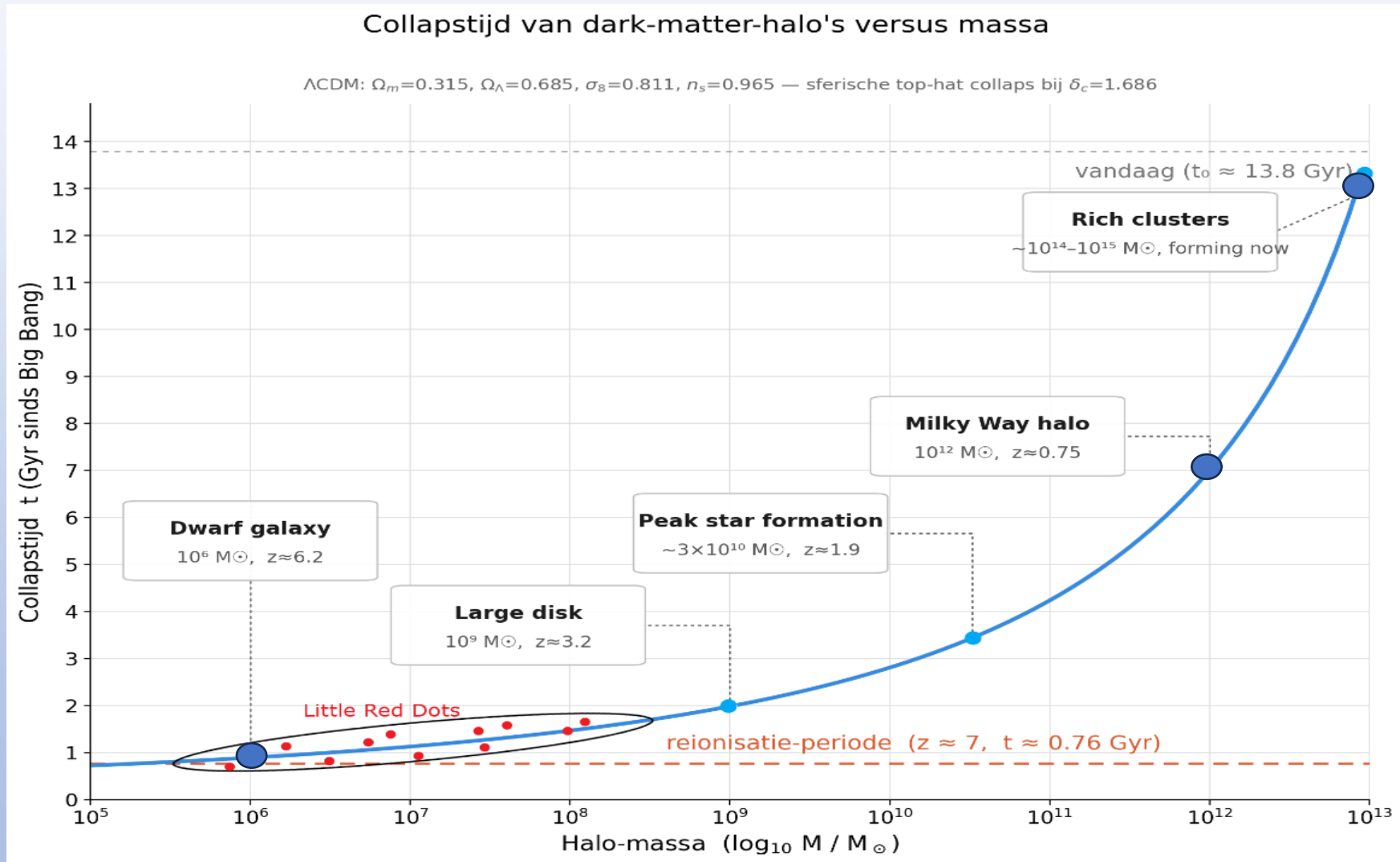


Hierarchische clustering:

De kleine bereiken het eerst het punt waarop ze instorten.

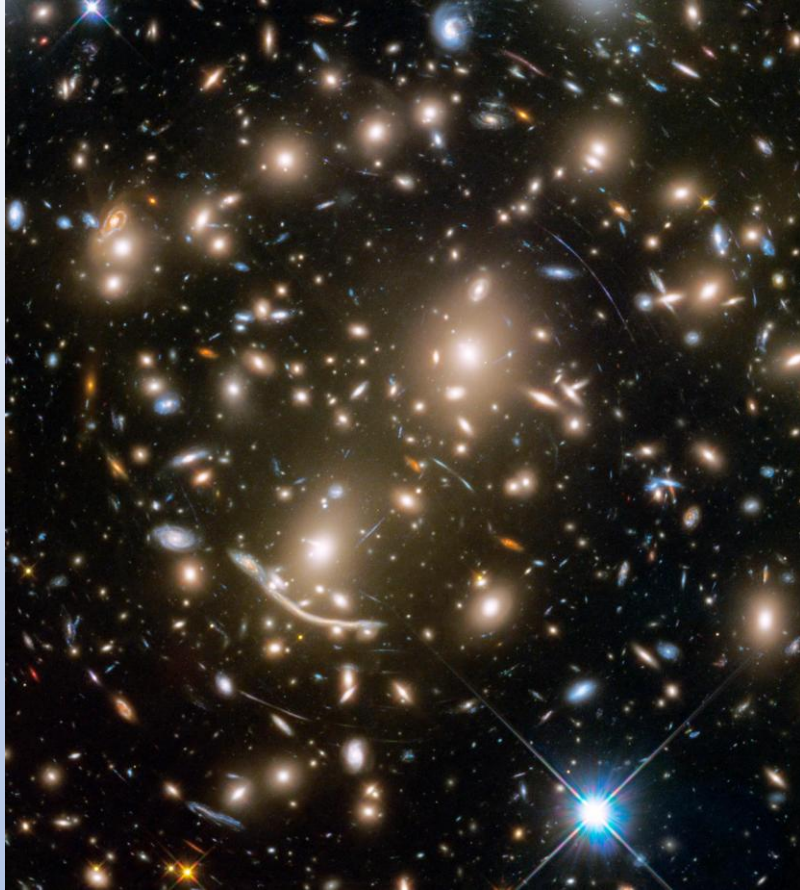
Veel kleine fluctuaties maken onderdeel uit van een grotere die later instort.

De vorming van DM structuren



Zwaartekracht $\longleftrightarrow$ Druk (bewegings energie)

Donkere materie



Clusters van sterrenstelsels

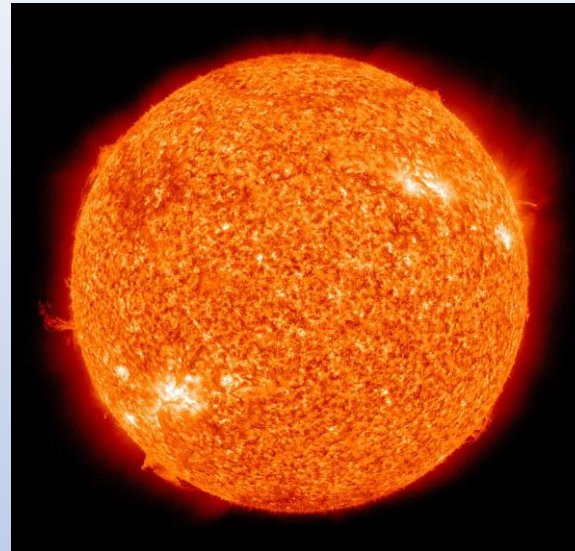


Sterrenstelsels

Zwaartekracht $\longleftrightarrow$ Druk (bewegings energie)



Bolhopen

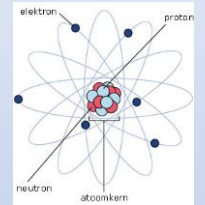


Sterren



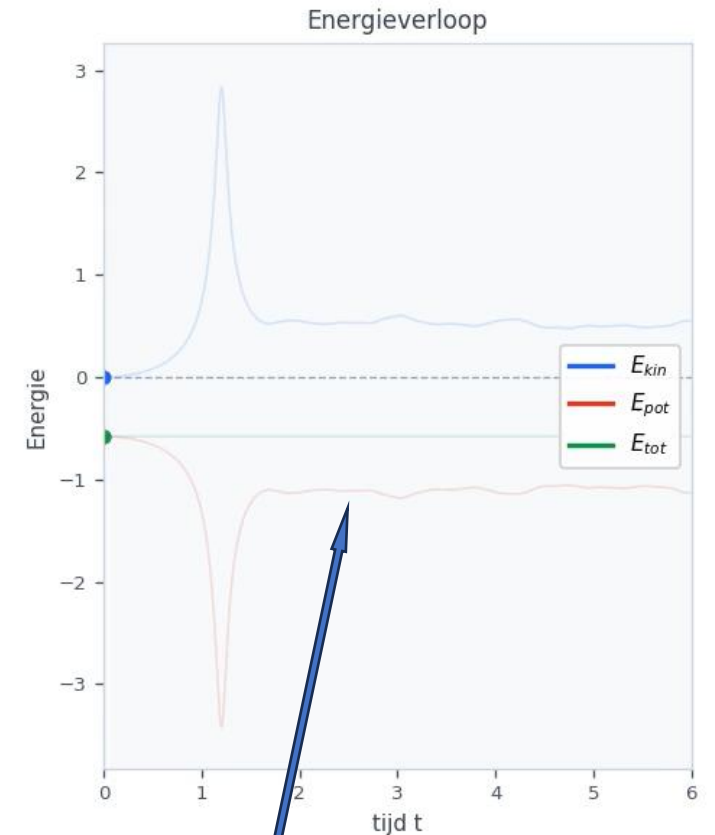
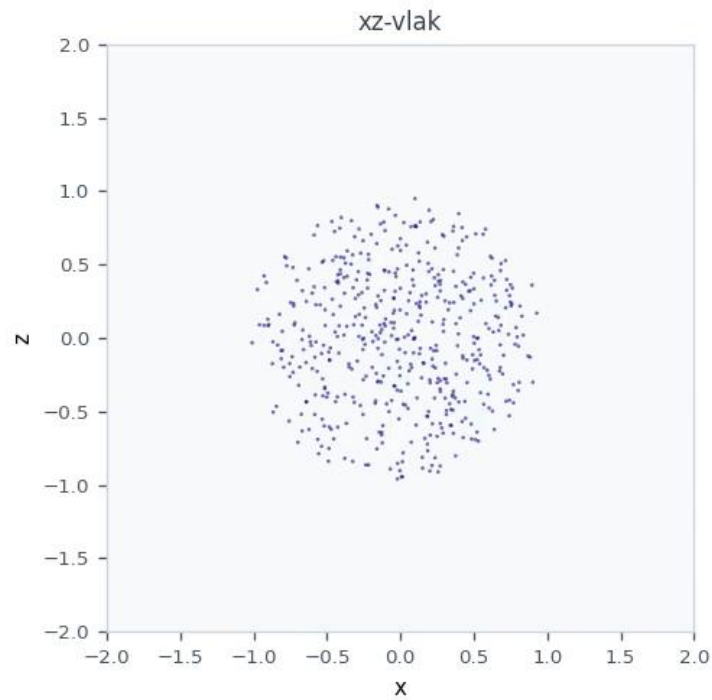
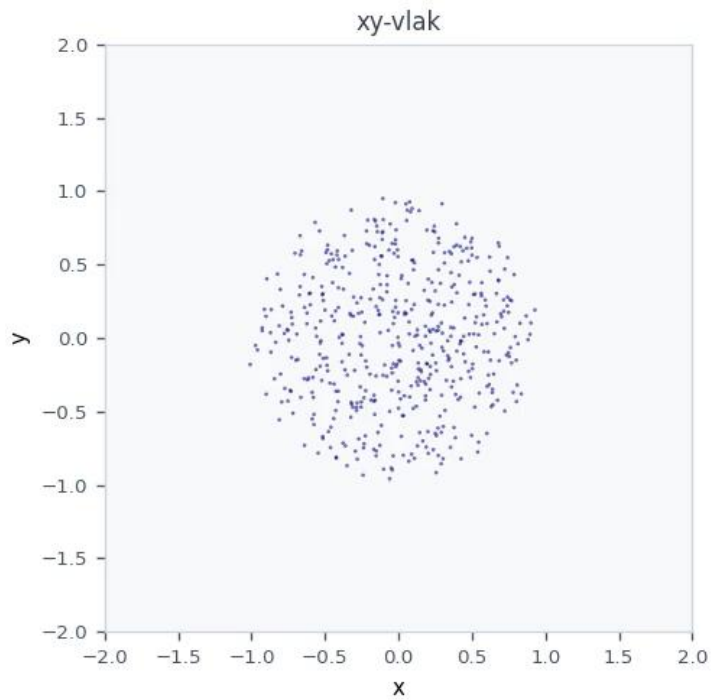
Planeten

Coulomb kracht



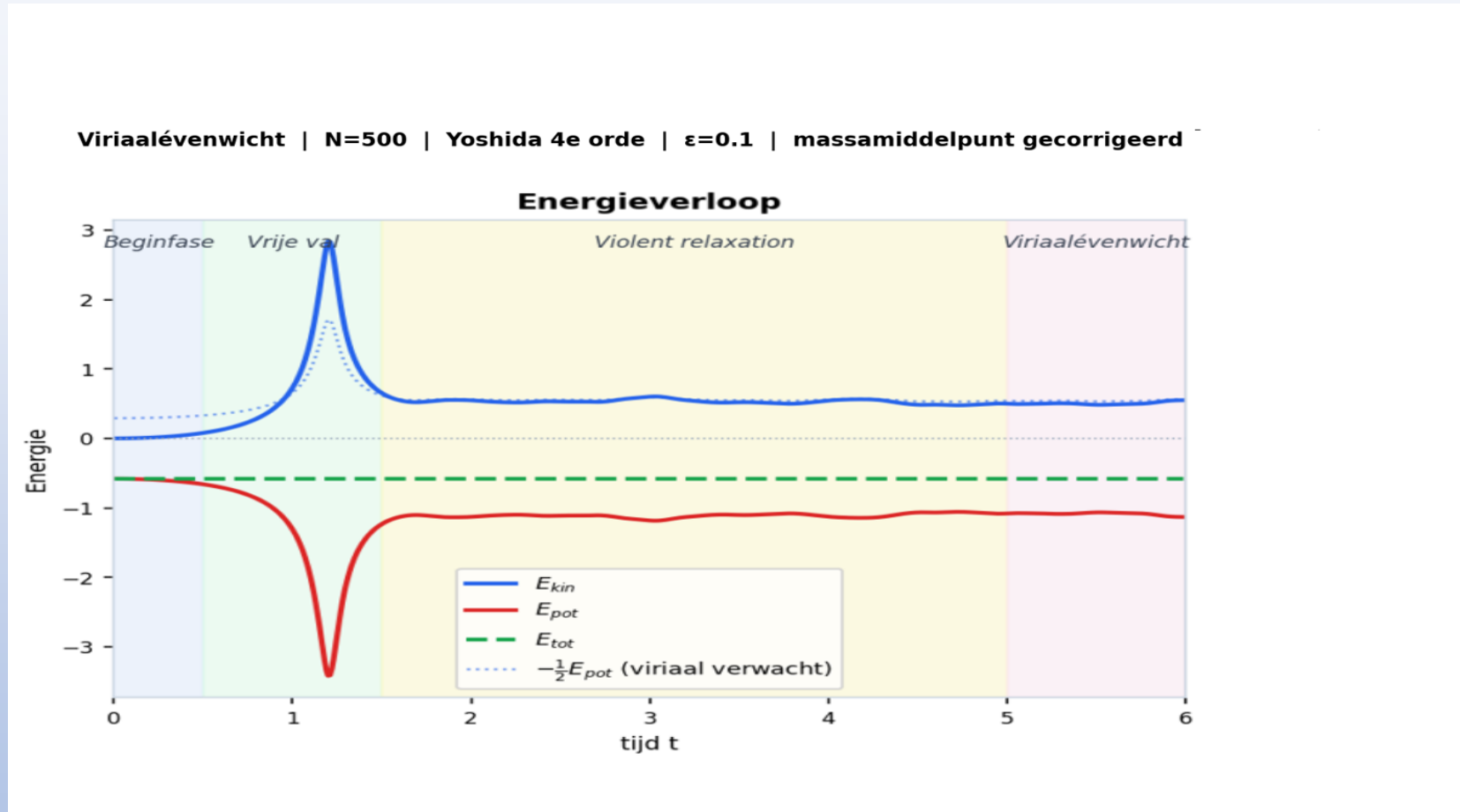
Atomen

Zwaartekracht $\longleftrightarrow$ Druk (bewegings energie)



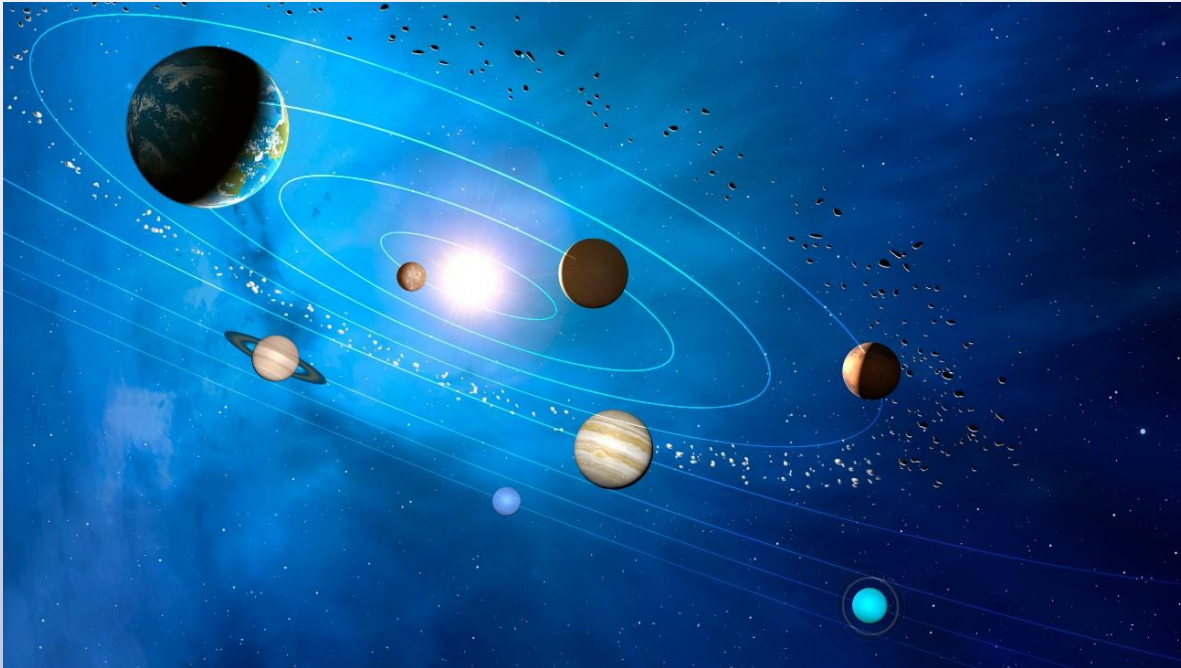
Viriaal evenwicht

Zwaartekracht $\longleftrightarrow$ Druk (bewegings energie)



Virialisatie leidt slechts tot halvering van de straal van het systeem !!??

Het Viriaal Evenwicht



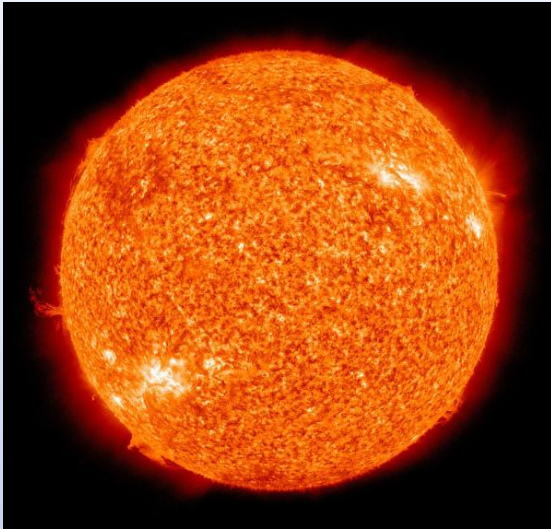
$$\boxed{2E_{kin} = -E_{grav}}$$

$\curvearrowright mv^2$ $\downarrow$ $\frac{GMm}{R}$ $\curvearrowright$

$$v^2 = \frac{GM}{R}$$

Newton --- Kepler

Het Viriaal Evenwicht voor sterren



$$P_{gas} = \frac{1}{3} \rho v^2 = nk_B T = \frac{2}{3} E_{kin} / V$$

$$P_{gas} V = \frac{2}{3} E_{kin}$$

Hydrostatische evenwicht = Viriaal evenwicht:



$$dP_{grav} = - \frac{Gm(r)\rho(r)dr}{r^2}$$

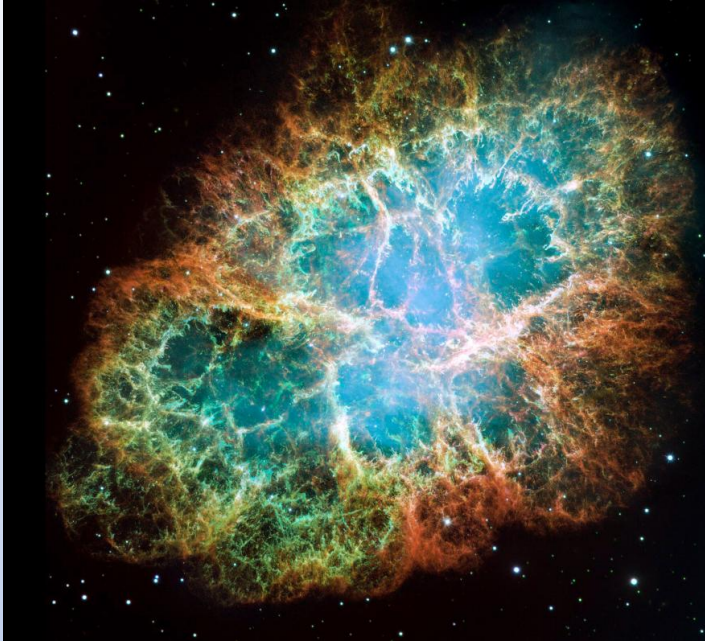
$$P_{grav} V \sim - \frac{1}{3} \frac{GM^2}{R} = - \frac{1}{3} E_{grav}$$

Maar onze zon heeft een straal die kleiner is dan 10^{-6} van
van de grootte van de wolk waaruit hij is ontstaan!!

➔ Energie verlies

Het Hydrostatisch evenwicht

Jeans' criterium voor fragmentatie van een **zelfgraviterende gaswolk**



$$P_{gas} = \frac{3}{5} \varrho c_s^2 = nk_B T = P_{grav} \quad \text{Komt overeen met viriaal theorema}$$

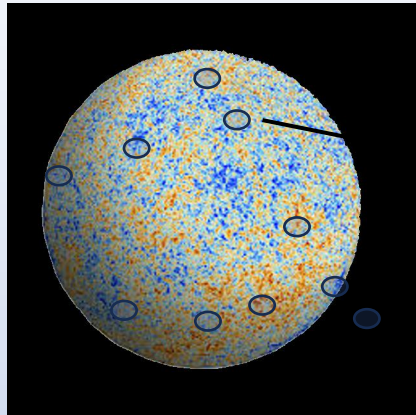
$R_{Jeans}(\varrho, T) \longrightarrow M_{Jeans}(\varrho, T)$

Als $T >$ Viriaal temperatuur. $\rightarrow$ geen instorting.

De $T <$ Viriaal temperatuur $\rightarrow$ instorting totdat de Viriaal straal is bereikt.

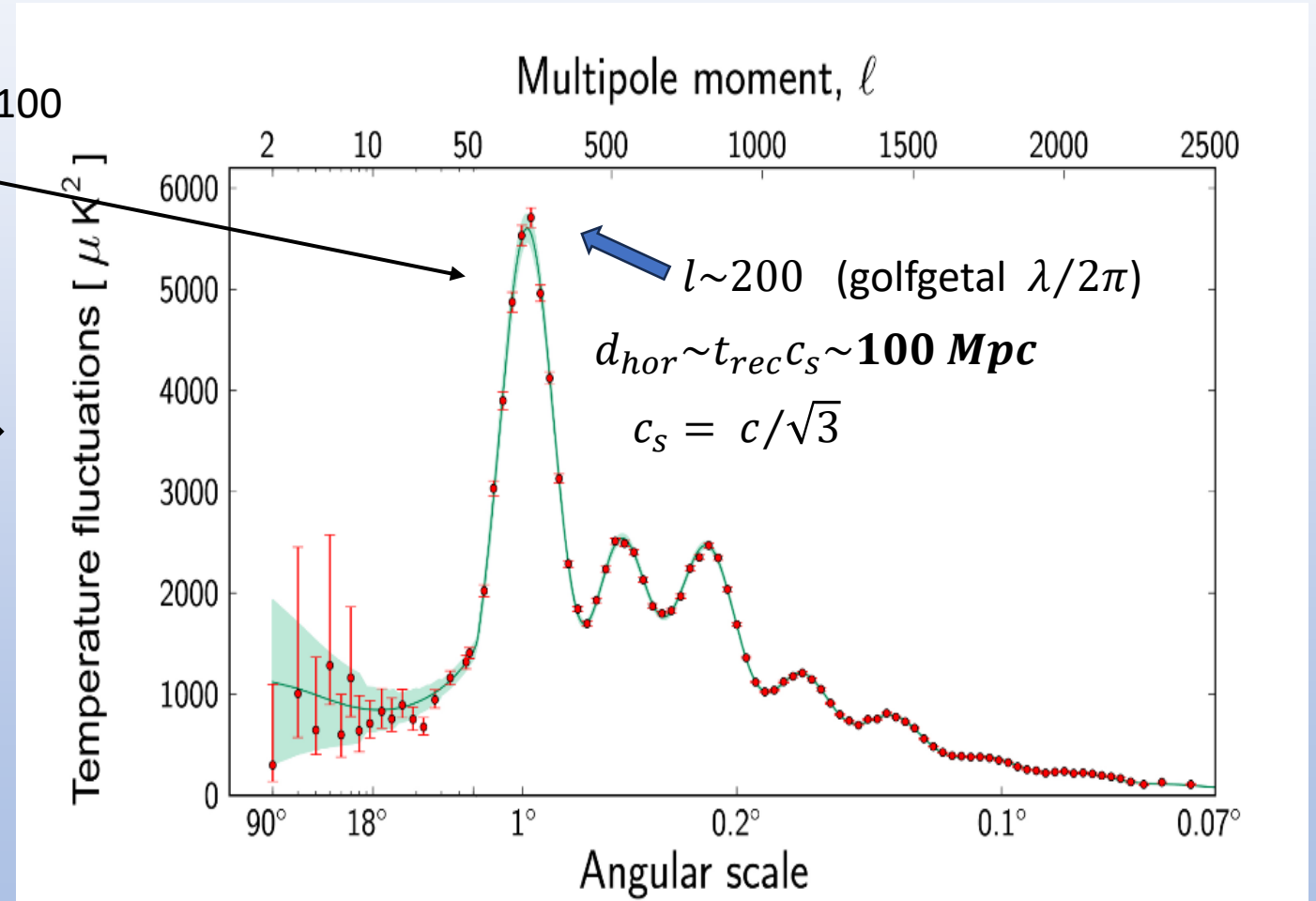
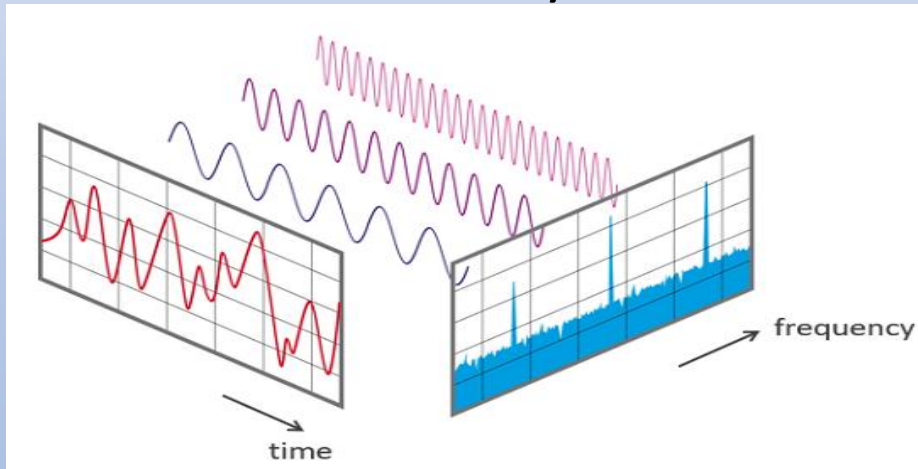
Het spectrum van de CMB.

Geluidsgolven in het baryonen-fotonen plasma



Horizon op $z=1100$

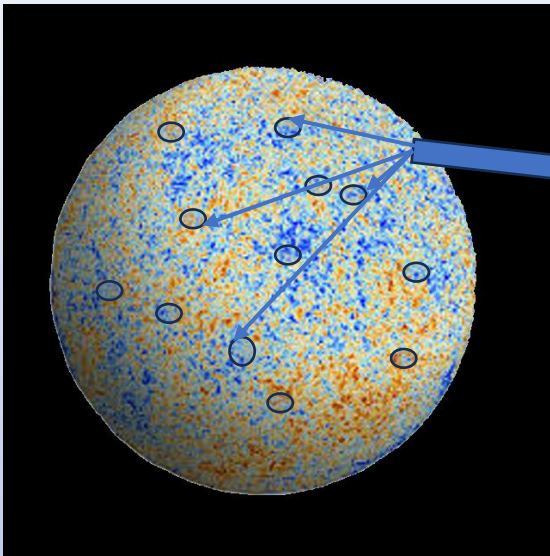
Fourier analyse



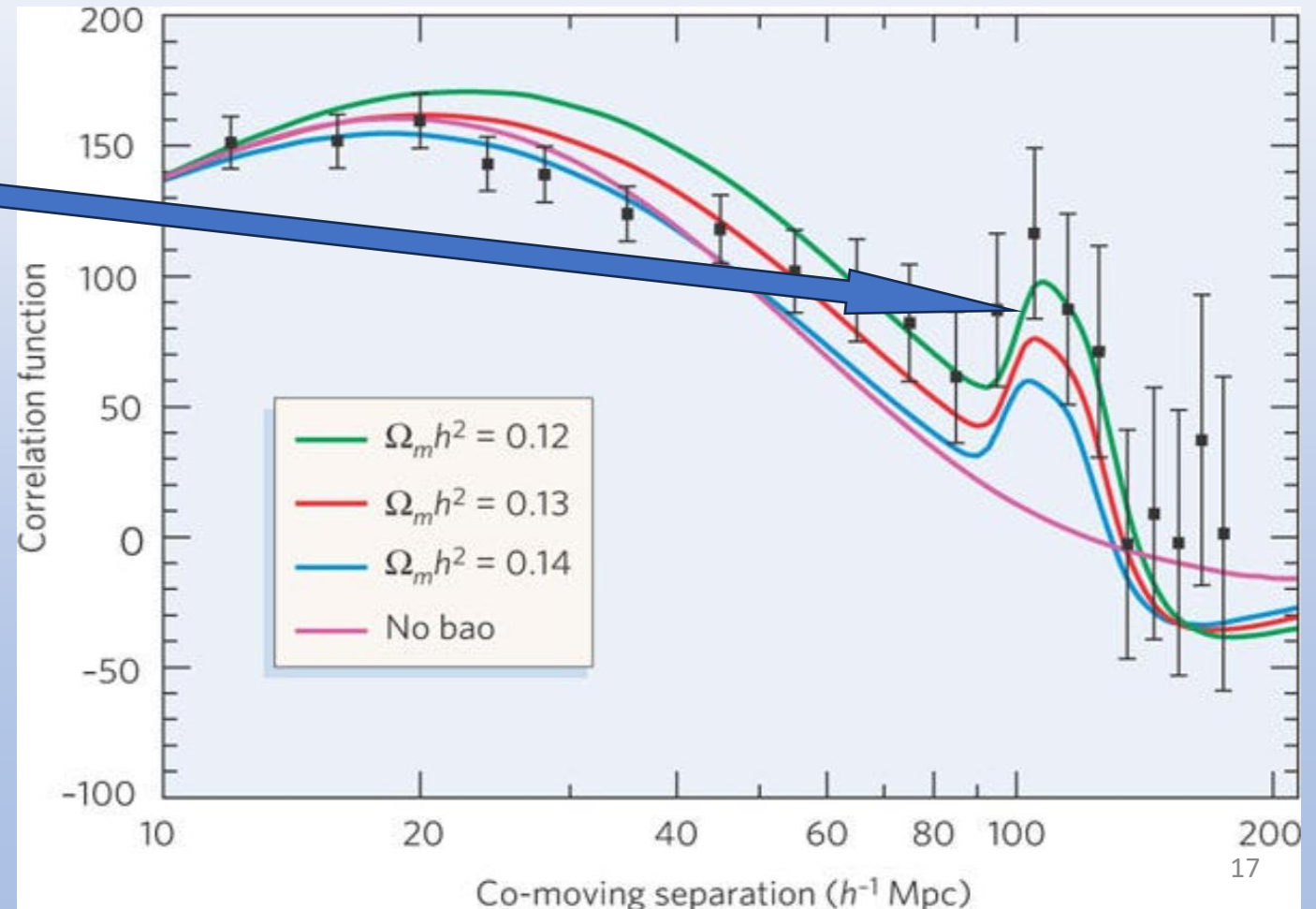
Het spectrum van de CMB

Geluidsgolven in de het baryonen-fotonen plasma

$Z = 1100$



$Z = 0$



Het spectrum van de CMB

Geluidsgolven in de het baryonen-fotonen plasma

Jeans massa vóór en na recombinitie

Vóór recombinitie geldt: $c_s \sim c/\sqrt{3}$.

Jeans lengte voor een relativistisch plasma

$$M_J \sim M_H = \frac{4}{3} \pi \rho_m d_H^3 \approx 10^{16-17} M_\odot$$



Na recombinitie geldt: $c_s \sim 5.8 \text{ km s}^{-1}$

Jeans length voor de baryonen (H)

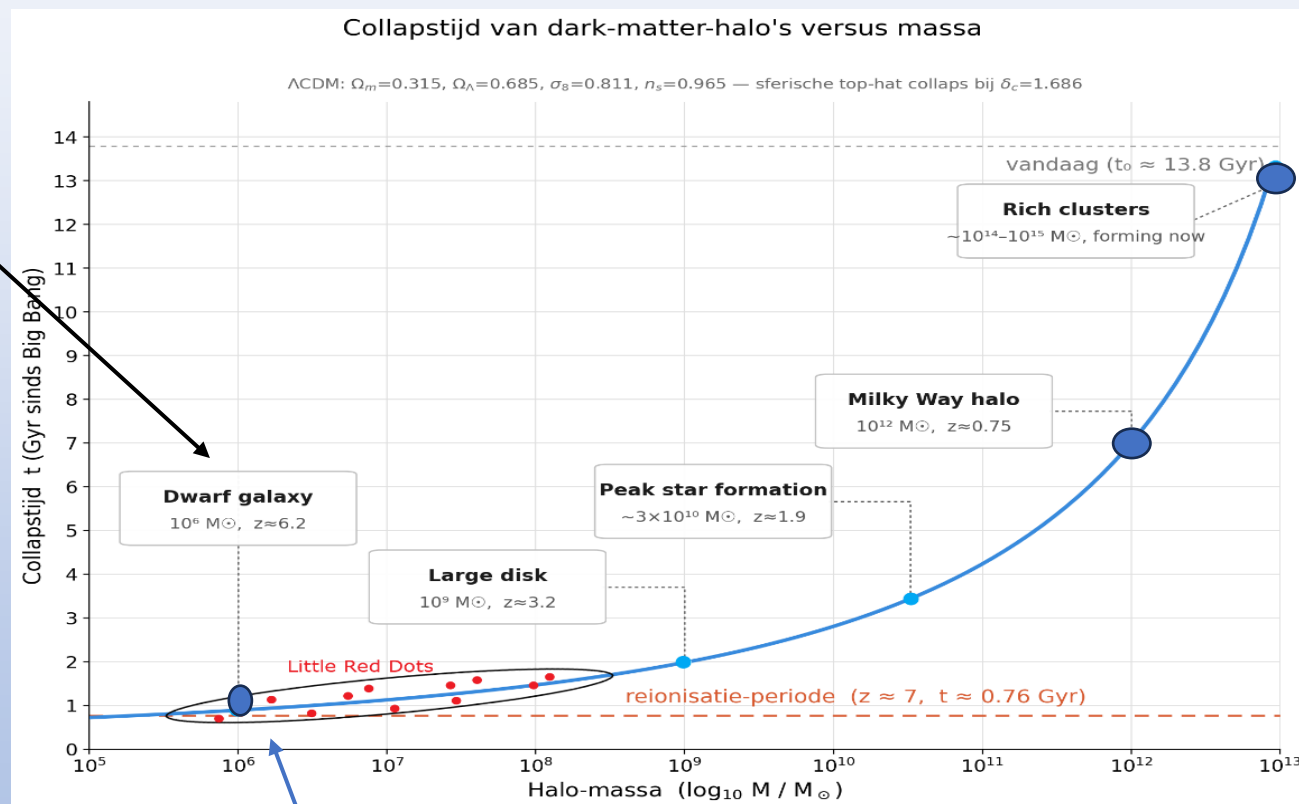
$$M_J \sim M_H = \frac{4}{3} \pi \rho_m (R_J/2)^3 \sim 10^6 M_\odot$$

Dwerg stelsel

DM fluctuaties bij z_{rec}

Mass	$\sigma(M, z = 1000)$
$10^6 M_{\odot}$	$\sim 1.2 \times 10^{-2}$
$10^8 M_{\odot}$	$\sim 8.7 \times 10^{-3}$
$10^{10} M_{\odot}$	$\sim 5.7 \times 10^{-3}$
$10^{12} M_{\odot}$	$\sim 3.1 \times 10^{-3}$
$10^{14} M_{\odot}$	$\sim 1.3 \times 10^{-3}$

Jeans massa bij recombinitie



Vorming van de eerste sterren

De vorming van de eerste sterren

Eerste DM structuur: $M_{DM} = 10^6 M_{\odot}$, $t_{coll} \sim 1 \text{ Gyr}$, $z \sim 6$

$$T_{vir} \sim 740 \text{ K} \qquad R_{vir} \sim 0.5 \text{ kpc.}$$

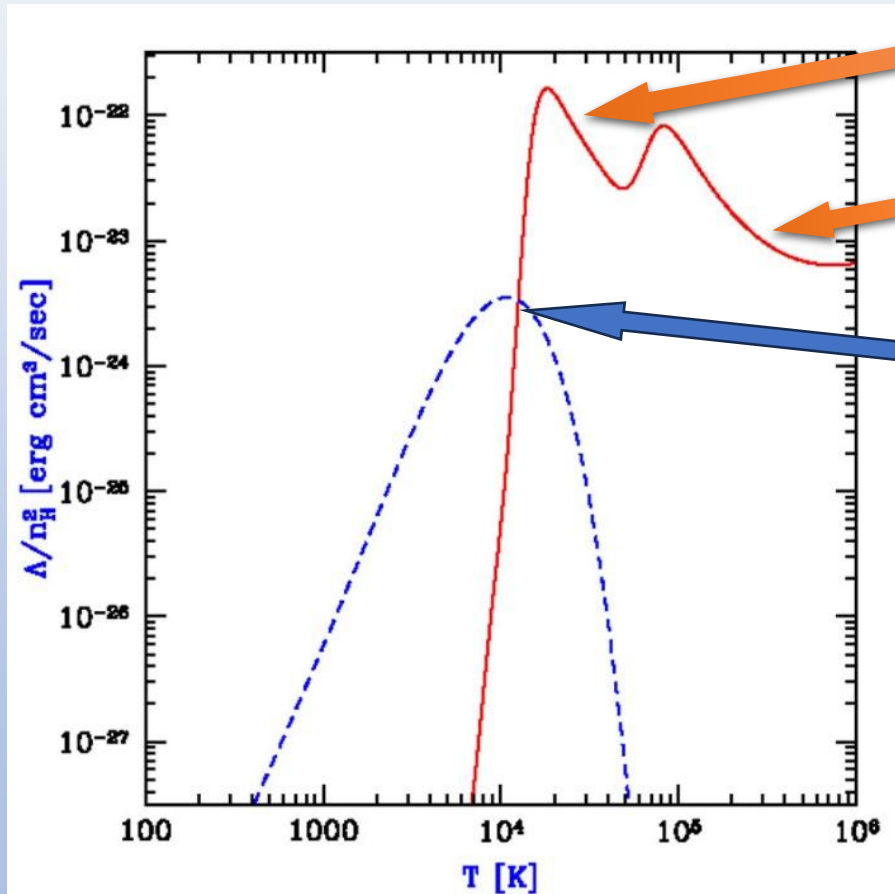
$$n_H \sim 0.016 \text{ cm}^{-3} \propto \Delta_{vir} \rho_{crit}(z_{coll})$$

De baryon massa $M_{bar} \sim \frac{1}{6} M_{DM} \Rightarrow M_{bar} < M_{Jeans,bar}$

Het gas moet eerst koelen, voordat het kan fragmenteren tot sterren

De vorming van de eerste sterren

De koeling van het oergas



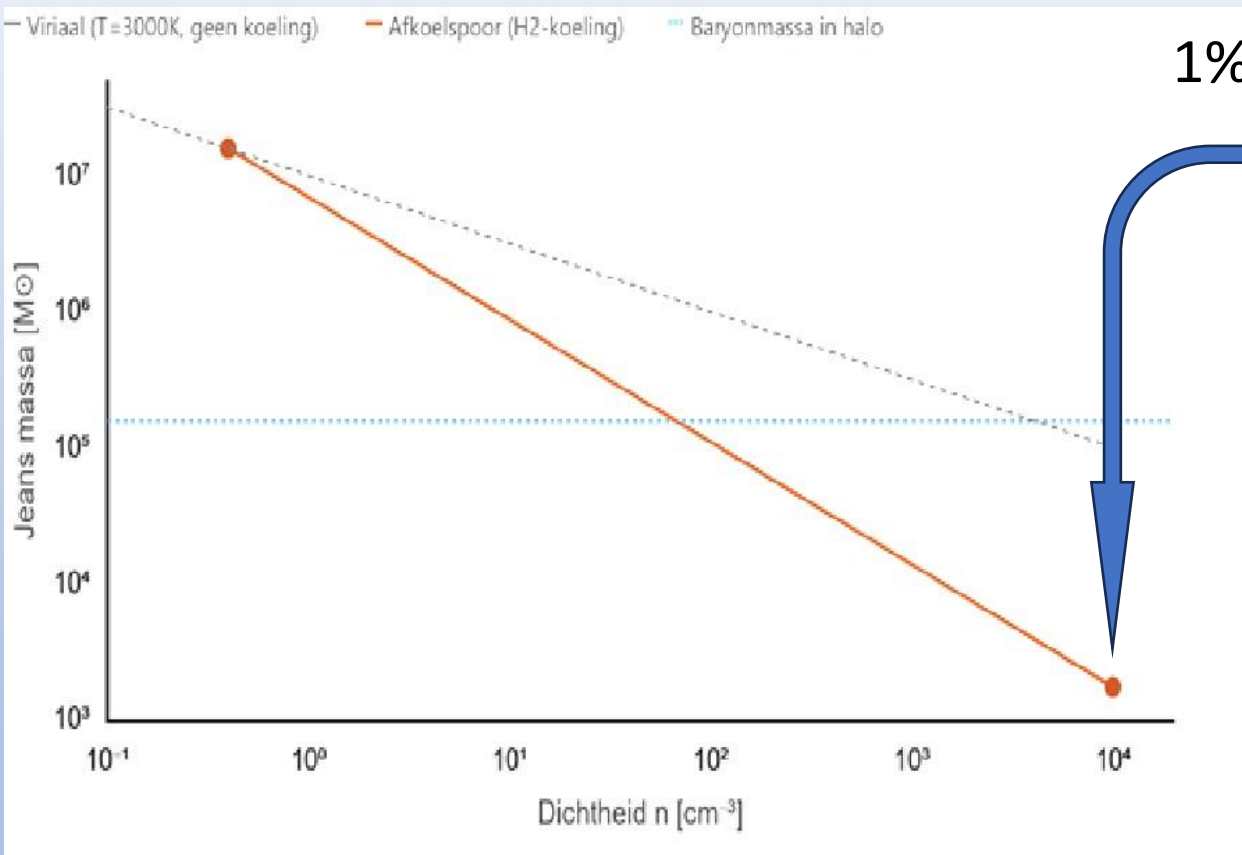
Ly- α straling

Bremsstrahlung (geïoniseerd plasma)

1% Moleculair H_2 (koeling via rotatieovergangen)

De vorming van de eerste sterren

De koeling van het oergas



1% Moleculair H₂. koeling bij $T = 200\text{ K}$

tot $n \sim 10^4\text{ cm}^{-3}$

Door de afkoeling daalt de Jeans massa tot

$$M_J \sim (10^2 - 10^3) M_{\odot} \left(\frac{T}{200\text{ K}} \right)^{3/2} \left(\frac{n}{10^4\text{ cm}^{-3}} \right)^{-1/2}$$

Vorming van de eerste (Pop III) sterren.

Het begin van het tijdperk van re-ionisatie!

De karakteristiek massa van sterrenstelsels

Melkwegstelsel halo: $M_{DM}: 10^{12} M_{\odot}$, $t_{coll} \sim 7 \text{ Gyr}$, $z \sim 1$

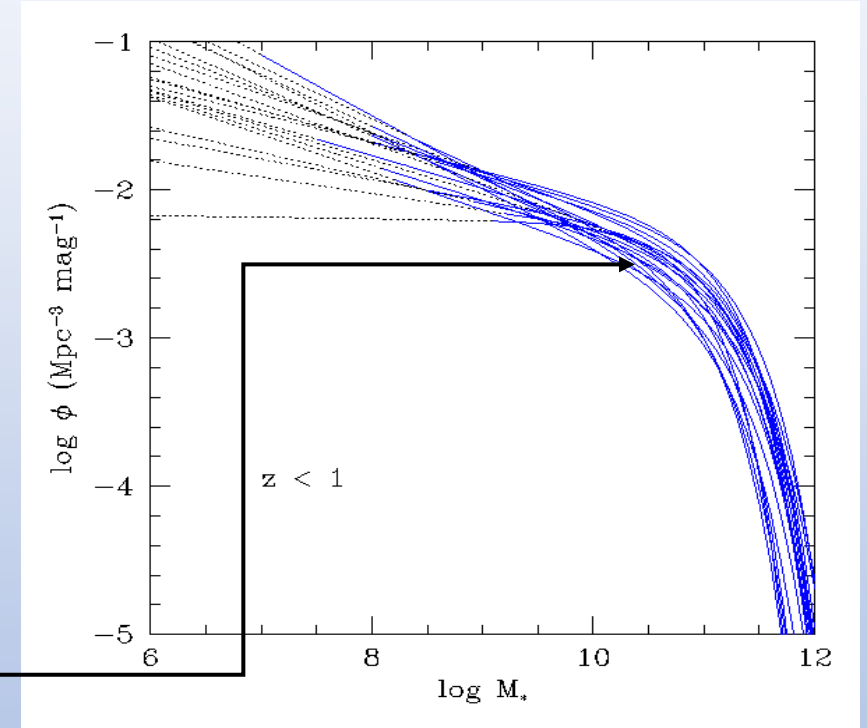
$$T_{vir} \sim 10^6 K, \quad R_{vir} \sim 150 \text{ kpc}.$$

Heet geïoniseerd gas; koeling door bremsstrahlung met $t_{cool} \gg t_{dyn}$ naar de Ly- α temperatuur, daarna koeling via atomaire koeling.

Binnen 10 kpc: koele neutrale wolken ($T \sim 10^4 K$, $n = 0.01 \text{ cm}^{-3}$) met hoge metalliciteit waar $M_J \sim 1 M_{\odot}$

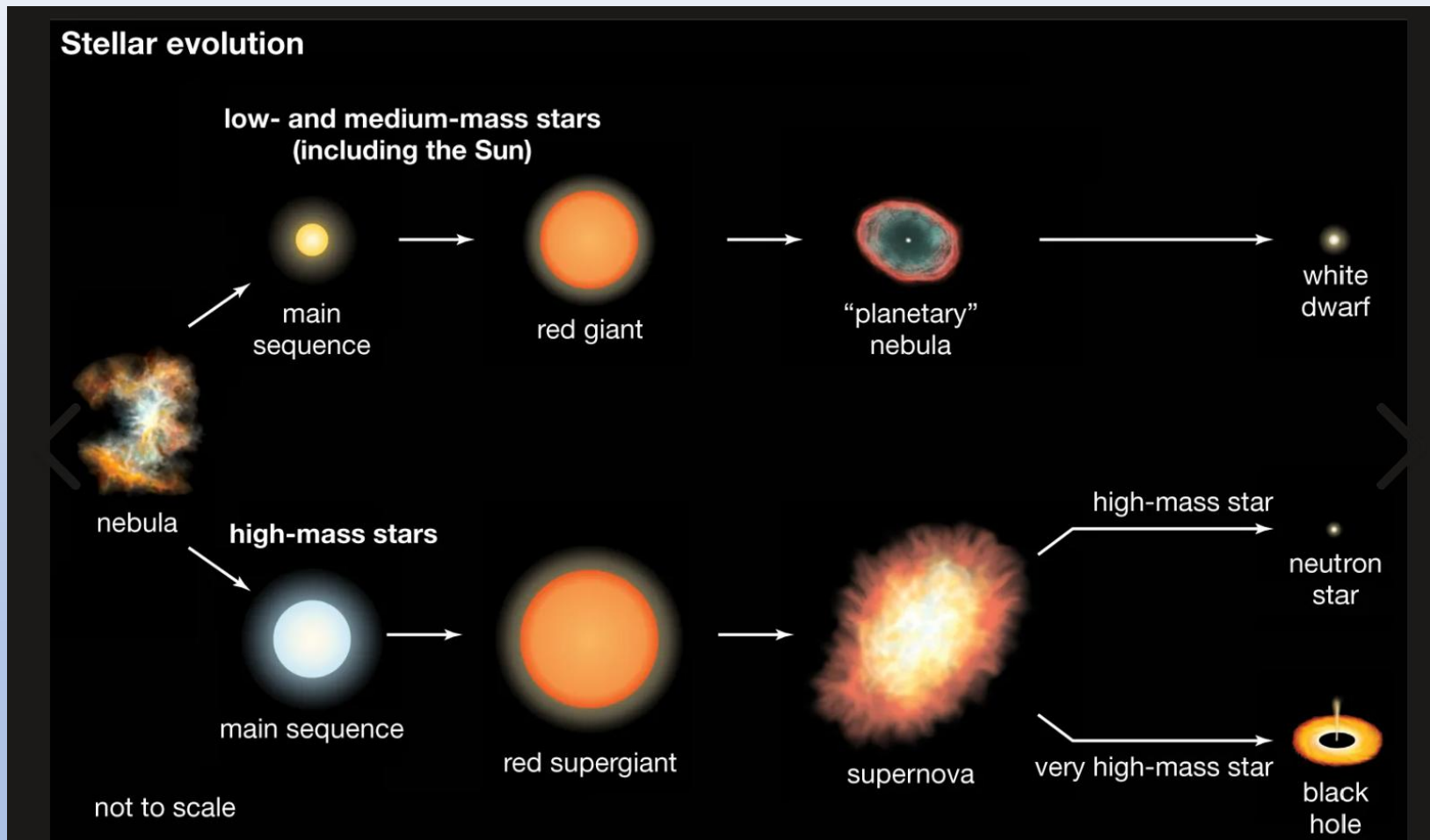
De karakteristiek massa van sterrenstelsels

Mass ($M_{\odot}$)	z_{coll}	T_{vir} (K)	n_{bar} (cm^{-3})	Cooling	t_{cool} (Gyr)	$\frac{t_{cool}}{t_{dyn}}$
10^6	6.2	$7.4 \cdot 10^2$	$1.5 \cdot 10^{-2}$	H2 (1 %)	1.5	5.6
10^8	4.2	$1.1 \cdot 10^4$	$5.7 \cdot 10^{-3}$	Ly- α (coll exc.)	$7 \cdot 10^{-4}$	$1.6 \cdot 10^{-3}$
10^{10}	2.3	$7.7 \cdot 10^4$	$3.2 \cdot 10^{-3}$	Ly- α peak	$2 \cdot 10^{-6}$	$2.3 \cdot 10^{-6}$
10^{12}	0.75	10^6	$6.4 \cdot 10^{-4}$	Bremsstrahlung	5.5	3

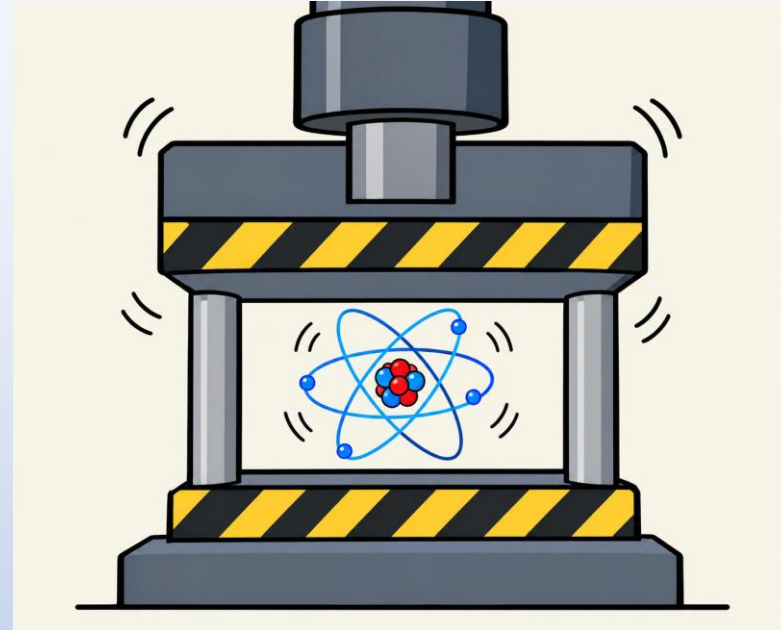
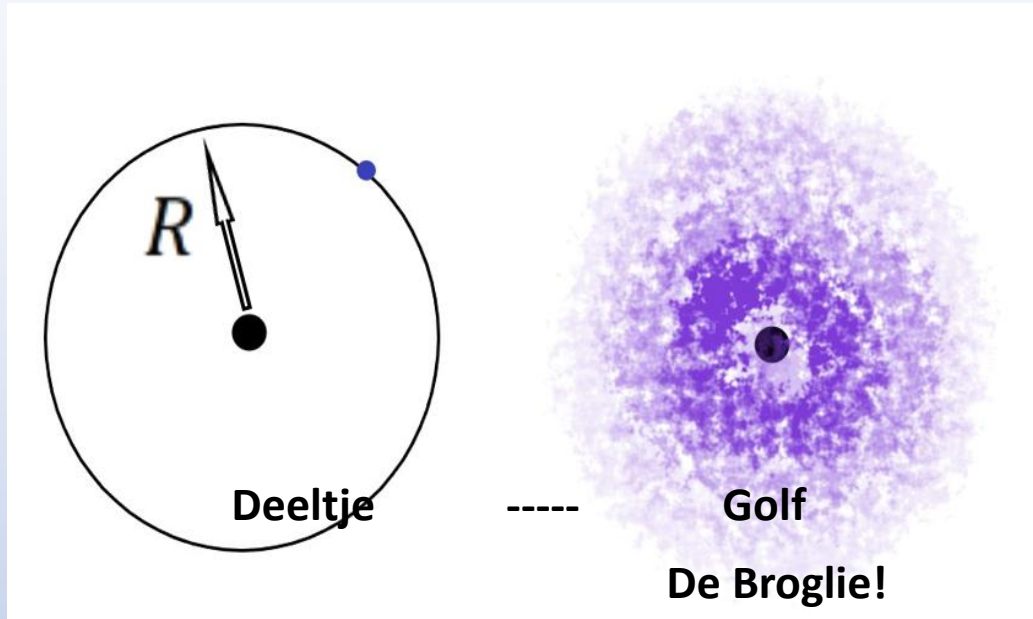


Wat kan de zwaartekracht tegenhouden

Sterren → witte dwergen, neutronensterren → zwarte gaten → -----



Waarom is een atoom zo hard.



Systeem in evenwicht: $E_{kin} \sim -\frac{1}{2} E_{el} \propto \frac{e^2}{R}$

Golf: **De Broglie** golflengte:
 $\lambda = h/p$

$$\Rightarrow E_{kin} \propto \frac{e^2}{R} \propto \frac{p^2}{m_{el}} \sim \frac{h^2}{m\lambda^2}$$

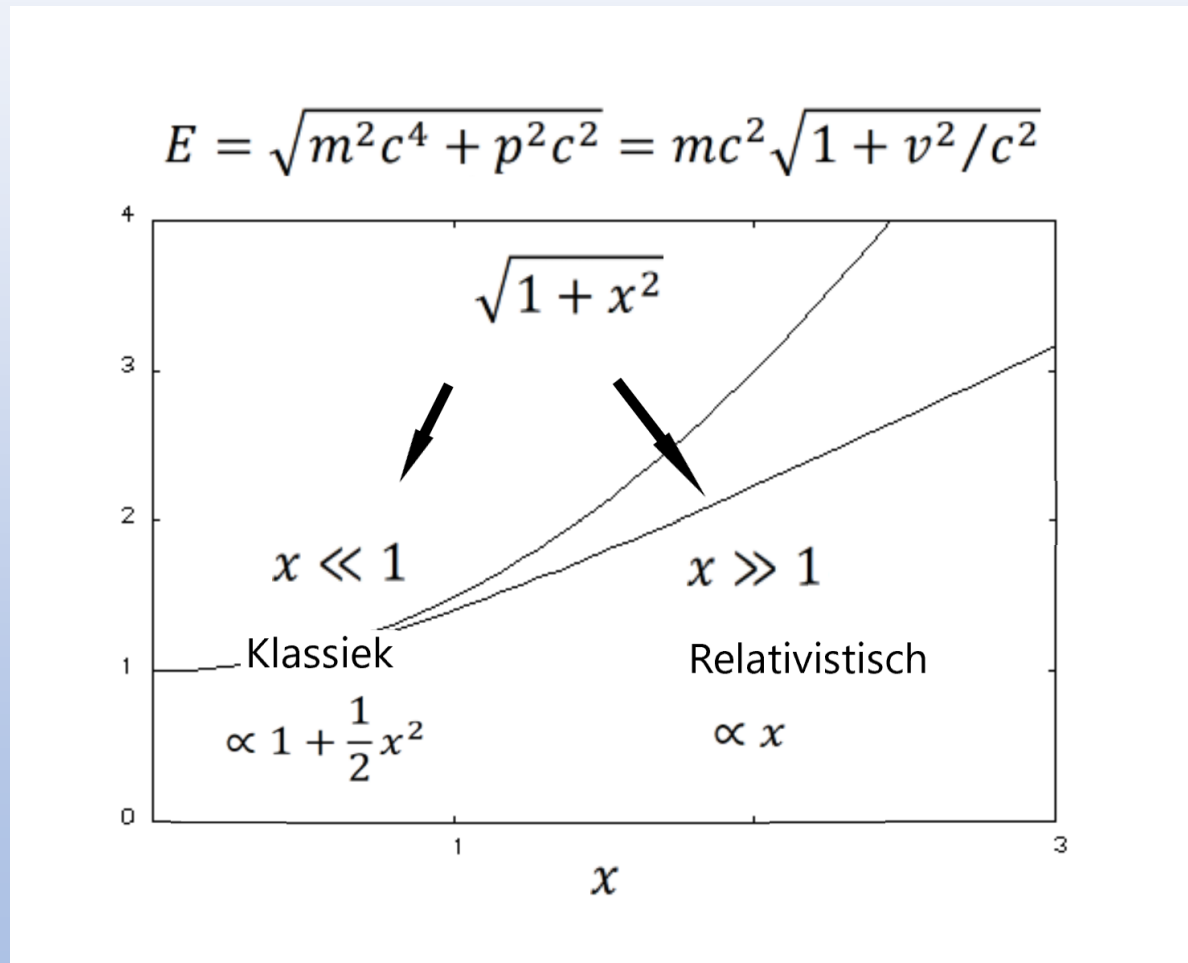
$$P_{atoom} \sim 3 \cdot 10^{13} Pa$$

$$= 10^2 P_{aarde}$$

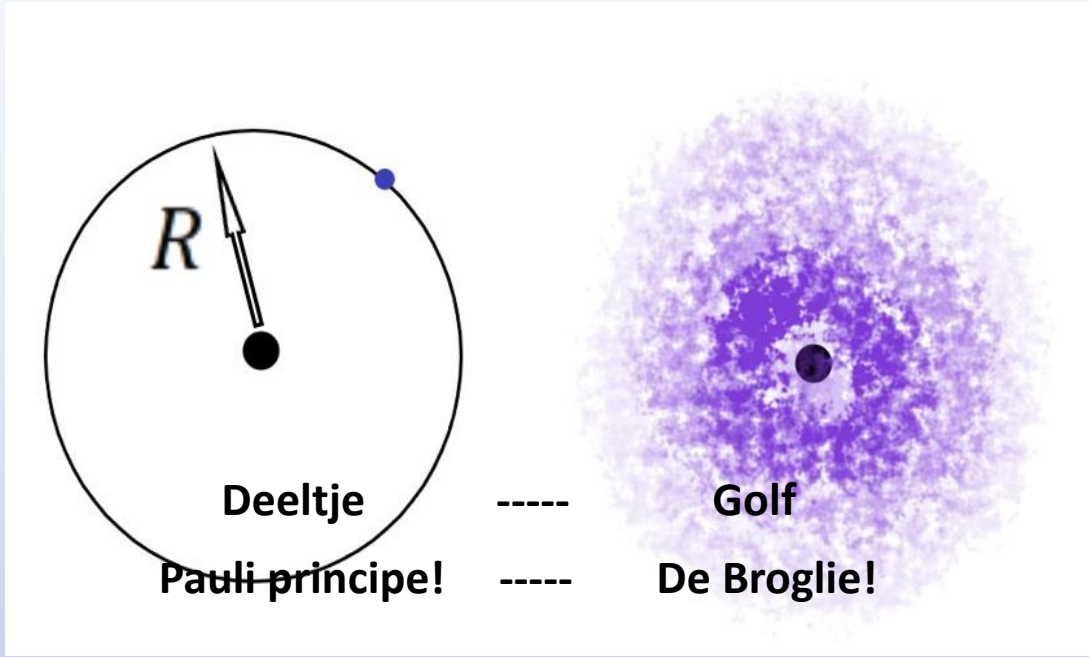
$$= 10^{-3} P_{zon}$$

Wanneer wordt een atoom zachter.

Als de impuls (kinetische energie) relativistisch wordt $p > mc$



Waarom is een atoom zo hard.



Systeem in evenwicht: $E_{kin} \sim -\frac{1}{2} E_{el} = \frac{e^2}{R}$

Golf: **De Broglie** golflengte:

$$\left. \begin{array}{l} \lambda = h/p \\ \lambda \sim R \end{array} \right\} p \propto 1/R \propto \rho^{-1/3}$$

Klassiek $E = \frac{1}{2} m v^2$

$$E_{kin} \propto p^2 \propto 1/R^2$$

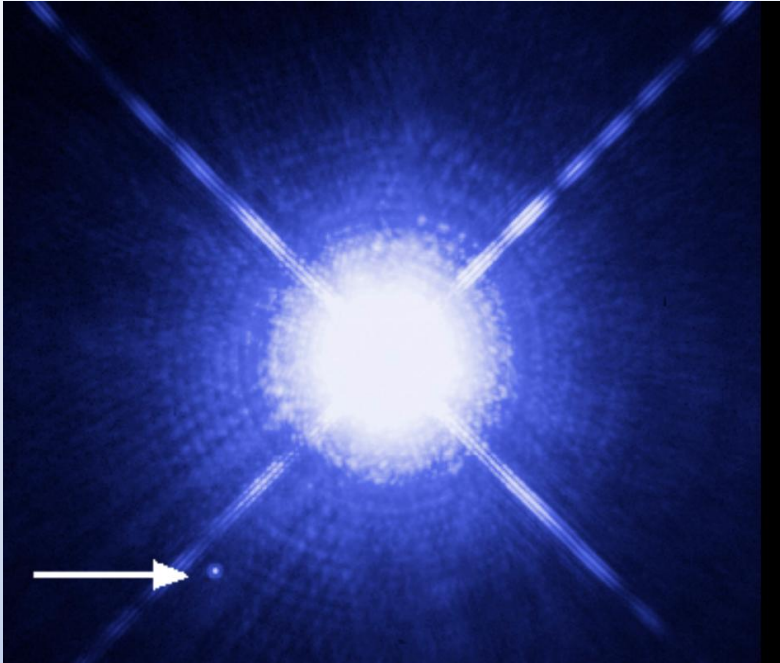
Hard!!

Relativistisch $E = \sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2}$

$$E_{kin} \propto p \propto 1/R$$

Zacht!!

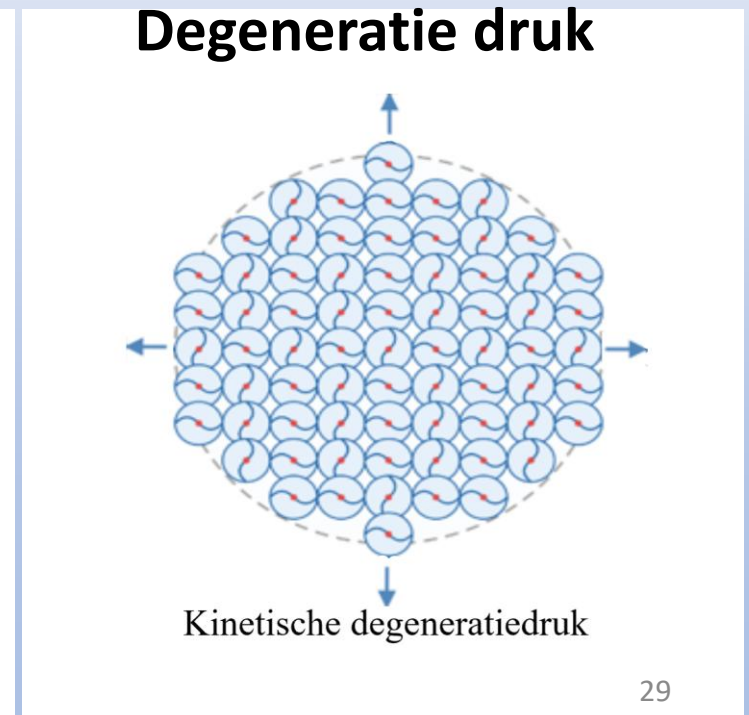
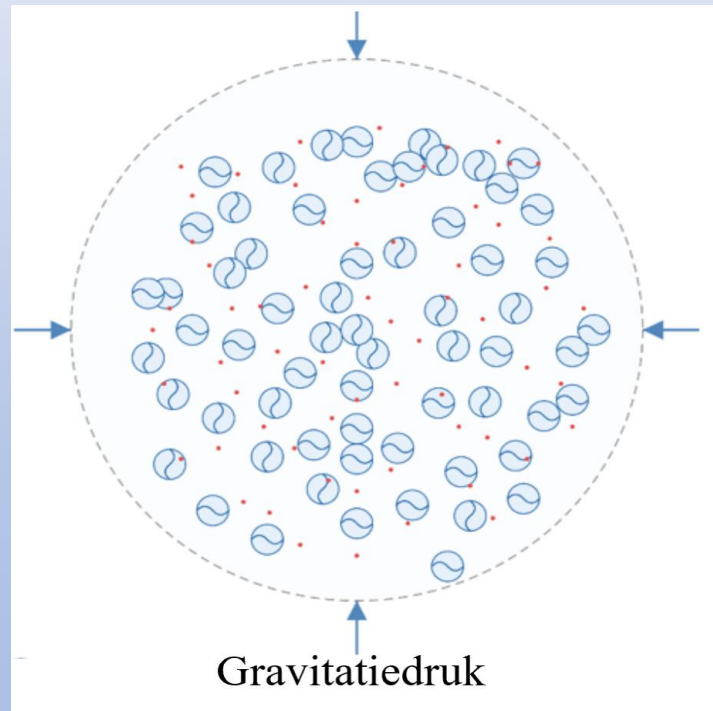
Wat kan de zwaartekracht tegenhouden



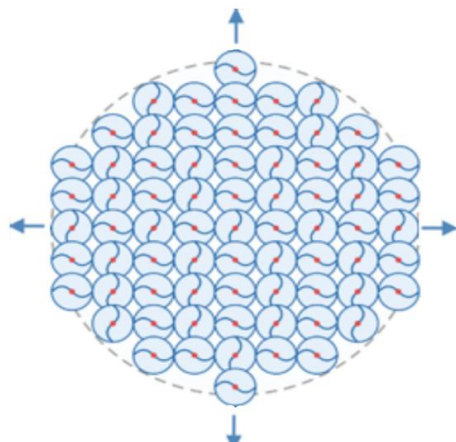
De witte dwerg Sirius B

$$\rho_{WD} \sim 10^4 \rho_{\odot, core} \rightarrow$$

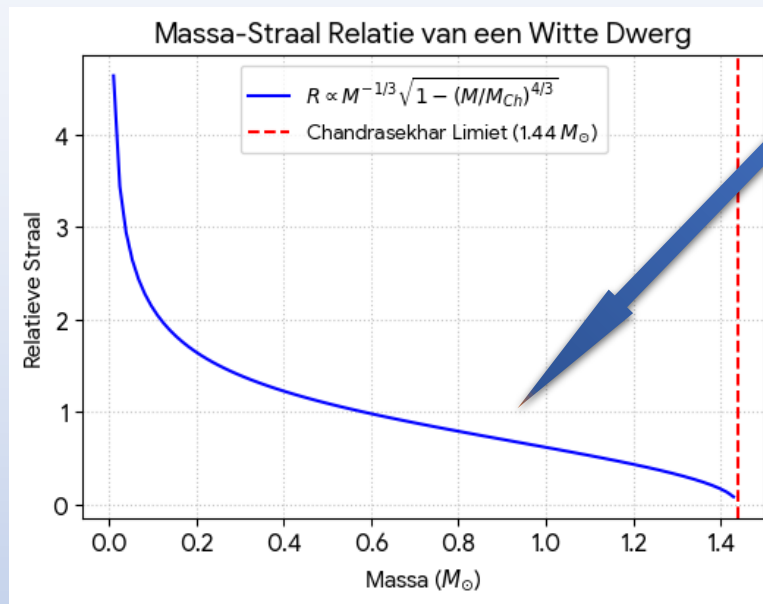
Afstand tussen 2 atomen:
 $10^{-12} m \approx 0.01 R_{Bohr}$



Viriaal evenwicht Witte Dwerf



Kinetische degeneratiedruk



Electronendegeneratie

De Broglie $p = \frac{h}{\lambda}$

$n_{el} \sim N_{el}/R^3 \sim \lambda^{-3}$
(gedegenerreed gas)

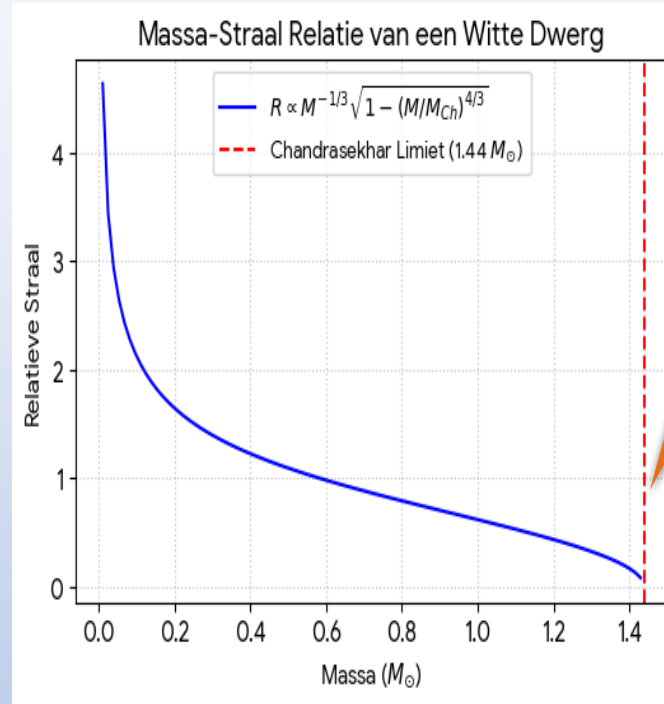
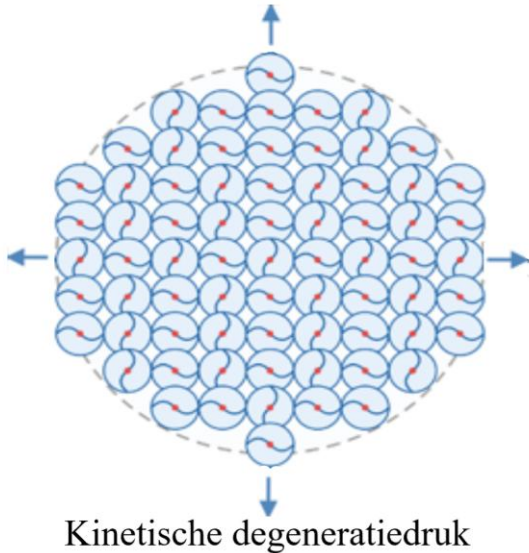
Fermi impuls:
 $p_F = \hbar/\lambda \propto \hbar N_{el}^{1/3}/R$

Viriaal evenwicht

Klassiek $2E_{kin} = N_{el} \frac{p_F^2}{m_{el}} = \frac{\hbar^2 N_{el}^{5/3}}{m_{el} R^2} \stackrel{\downarrow}{=} \frac{GM^2}{R}, \text{ met } N_{el} = \frac{M}{m_p}$

$$R \sim \frac{\hbar^2}{GM^{1/3} m_{el} m_p^{5/3}}$$

Viriaal evenwicht Witte Dwerg II



Bij toenemende massa worden de elektronen relativistisch

$$E = \sqrt{m^2 c^4 + p^2 c^2}$$

$v \ll c$	$E \approx mc^2 + \frac{1}{2} \frac{p^2}{m}$
$v \approx c$	$E \approx pc$

$E_{kin} \propto p^2$
$E_{kin} \propto p$

Relativistisch $E_{kin} \sim N_{el} \mathbf{p_F c}$ $= \frac{\hbar N_{el}^{4/3}}{R} = \frac{1}{2} \frac{GM^2}{R}$ $\left. \begin{array}{l} \text{met } N_{el} = \frac{M}{m_p} \end{array} \right\}$

Maximale massa voor WD

$$M_{Ch} \sim \left(\frac{\hbar c}{G} \right)^{3/2} \frac{1}{m_p^2} \sim 1.4 M_{\odot}$$

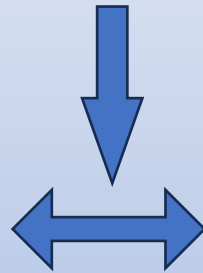
Instorting Witte Dwerg

$$\left. \begin{array}{l} M > M_{Ch} \\ p + e \rightarrow n + \nu_e \end{array} \right\} \text{Supernova explosie} \rightarrow \text{neutronenster, BH of niets}$$

$\sim 3 \cdot 10^{46} J$

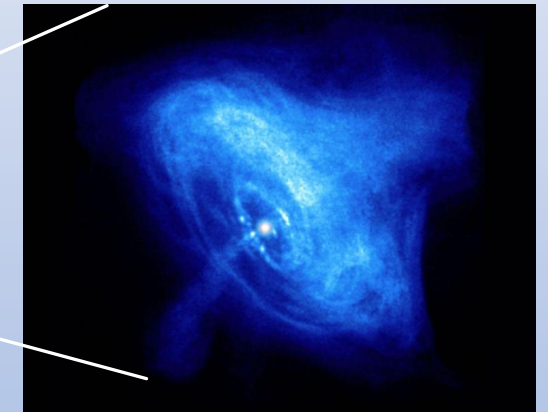
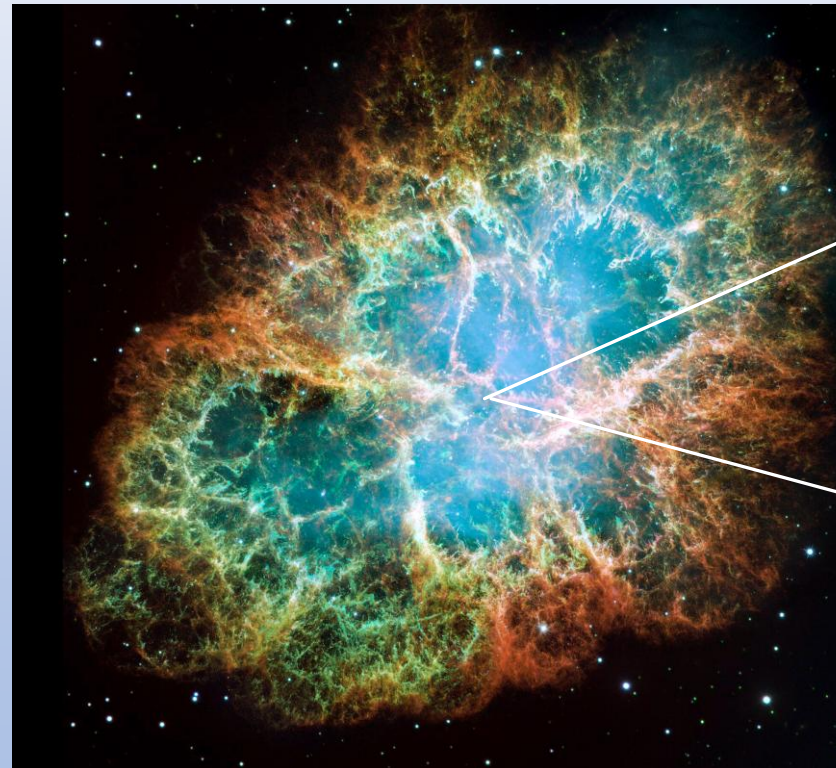
$$\begin{array}{l} m_{neutron} \sim 1800 m_{el}, \\ R_{witte\ dwerg} \sim 600 R_{neutron\ ster} \end{array}$$

Neutronen
degeneratiedruk,
Niet-Relativistisch

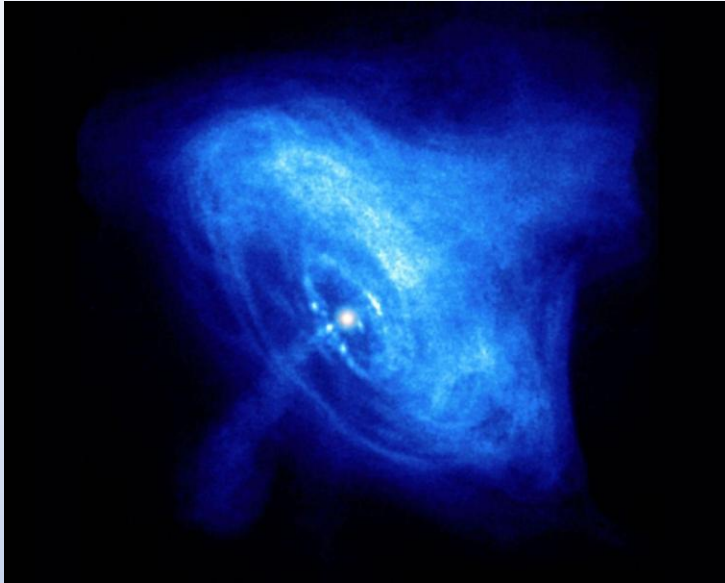


Gravitatie

Neutronenster



Instorting Neutronenster



Crab pulsar (X-ray)

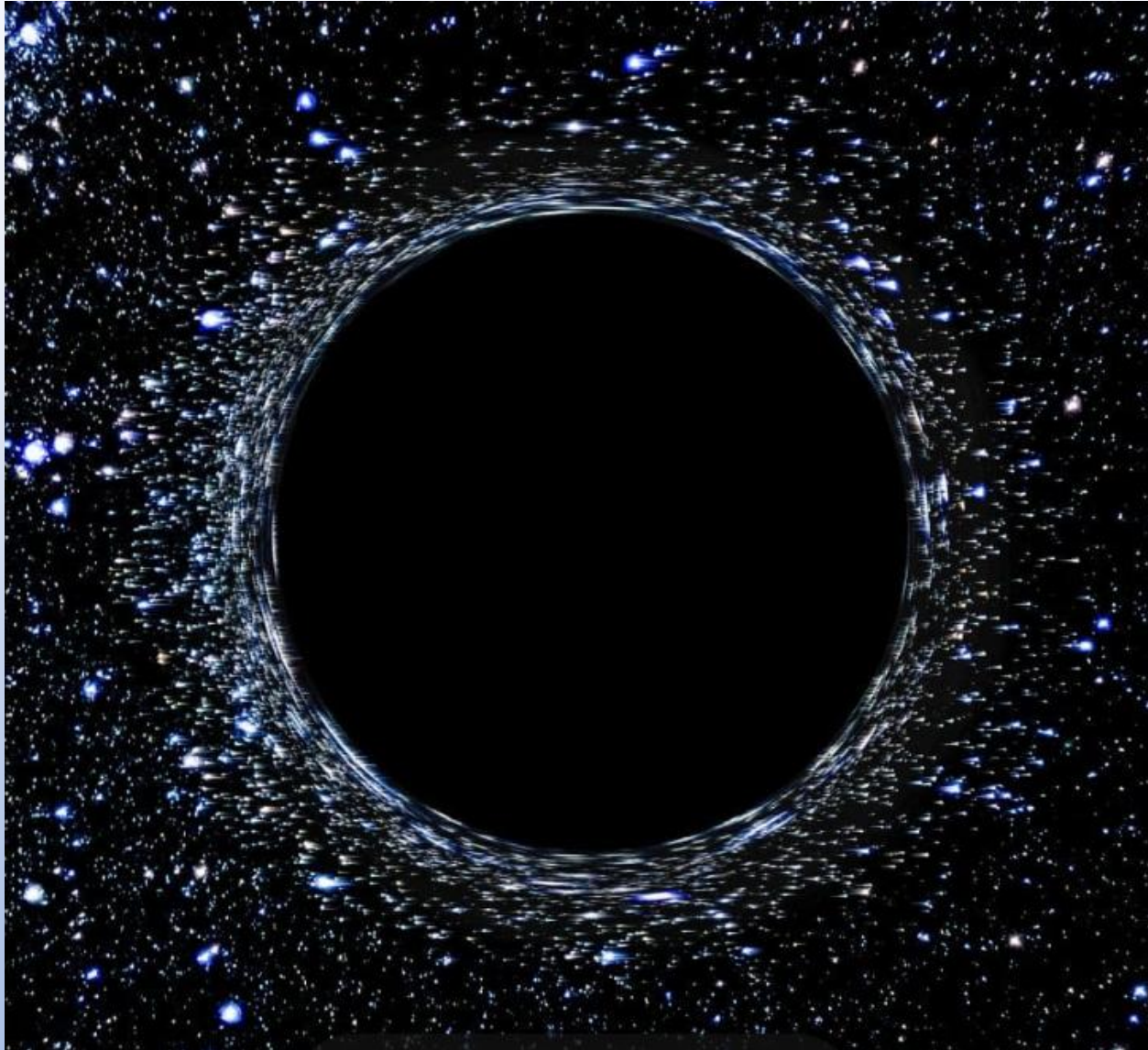
Maximale massa: overgang van Niet-Rel. → Rel.

$$M_{Ch} \sim \left(\frac{\hbar c}{G} \right)^{3/2} \frac{1}{m_p^2} \sim 1.4 M_{\odot}$$

$$M_{TOV} \sim \left(\frac{\hbar c}{G} \right)^{3/2} \frac{1}{m_n^2} \sim 3 M_{\odot}$$

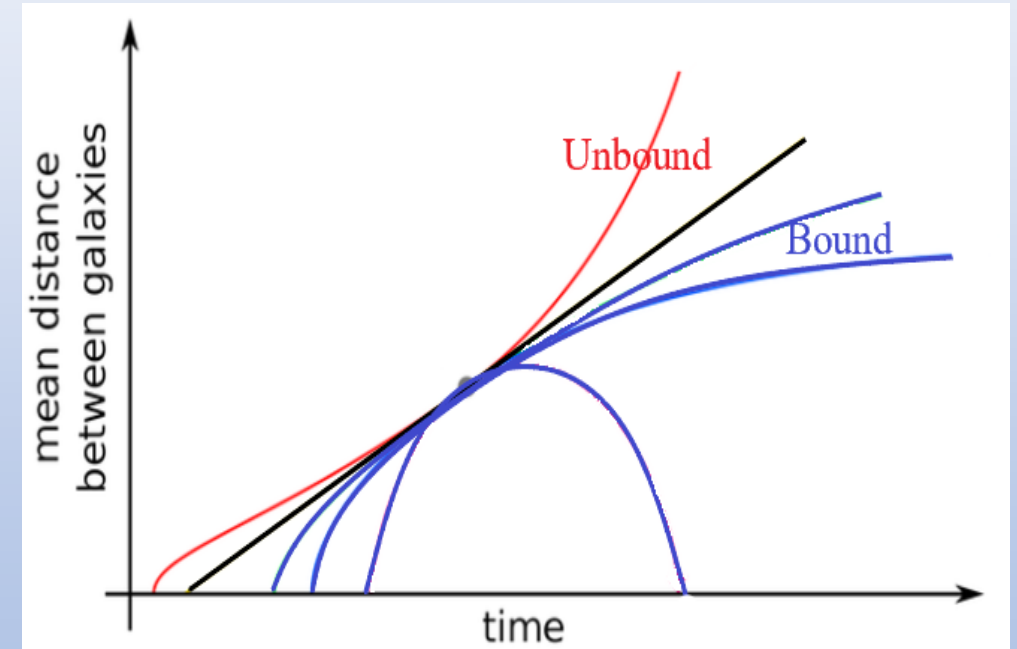
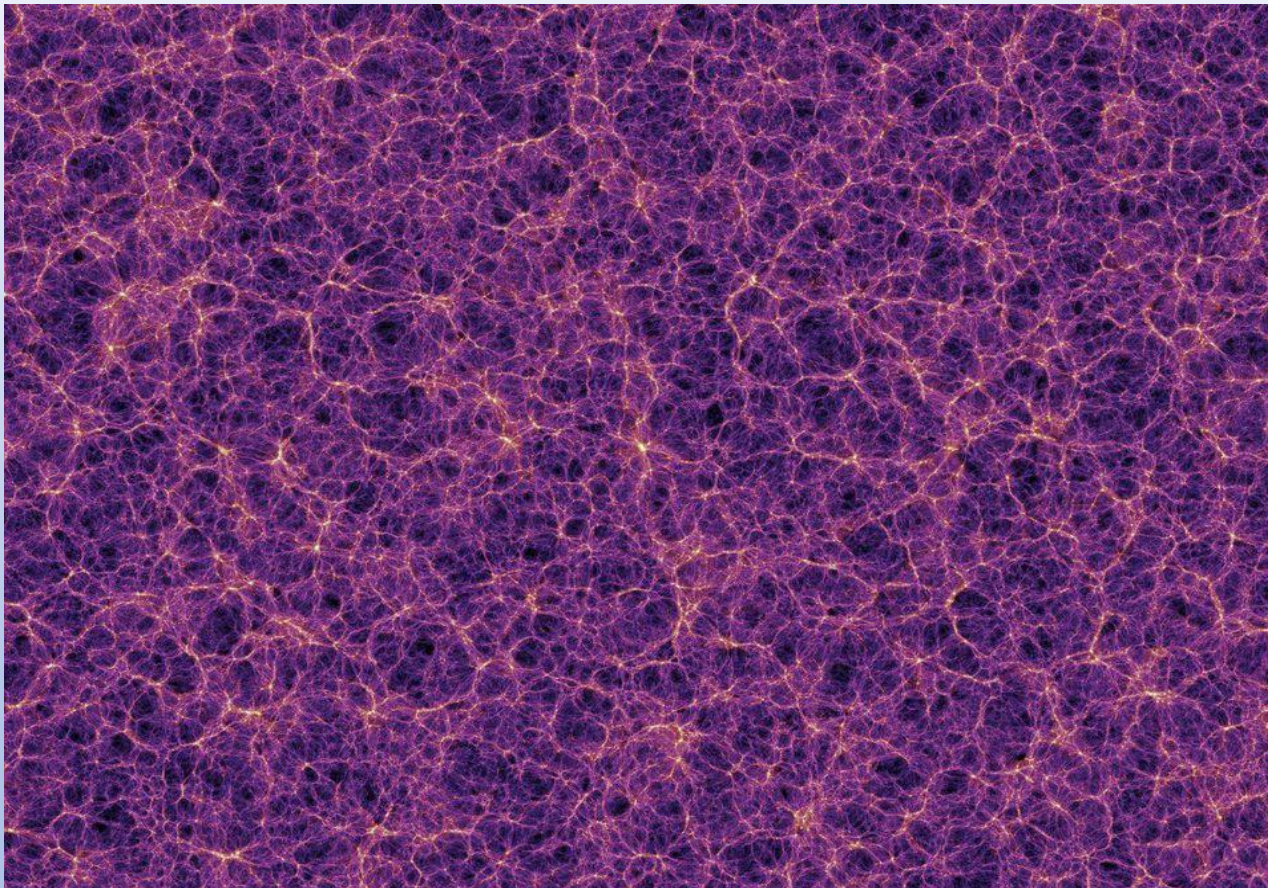
$M > M_{TOV} \sim 3 M_{\odot} \rightarrow$ Zwart Gat

$M > M_{TOV} \sim 3M_{\odot} \rightarrow$ Zwart Gat



Van iets naar Niets

Een vlak heelal $\Omega = 1$, of $\rho = \rho_{crit}$



Van iets naar Niets

Een vlak heelal: $\rho = \rho_{critical}$



$\langle \rho \rangle > \rho_{critical}$



Vorming van gebonden systemen:

Rijke Cluster $\sim 10 - 20 \text{ Mpc}$

Gebonden

Super Cluster $\sim 100 \text{ Mpc}$

Deels gebonden

Van iets naar Niets

De centrale delen van gebonden systemen worden compacter
onder uitstoting van materie en straling

Het gebonden gebied waar wij deel van uitmaken eindigt in een superstelsel bestaande uit een massief zwart gat met nog wat materie er om heen. De rest van het heelal ligt buiten onze horizon.

Het superstelsel blijft energie uitzenden o.a. in de vorm van zwaartekrachtstraling

$$t_{grav.radiation} \sim 10^{33} \text{yr} \left(\frac{M_{BH}}{10^{12} M_{\odot}} \right)^{-2} \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^{-1} \left(\frac{r_p}{10 \text{ kpc}} \right)^4 \quad \frac{m_{el}}{M_{\odot}} \sim 10^{-63}$$

Uiteindelijk resteert een zwart gat dat langzaam verdampt.

$$t_{Hawking} \sim 10^{86} \text{yr} \left(\frac{M_{BH}}{10^{12} M_{\odot}} \right)^3$$

Van iets naar Niets

